

Theoretische Physik in zwei Semestern II

Priv.-Doz. Dr. R. Bulla,

WS 2014/15

Blatt 14: Abgabetermin: Dienstag, der 03.02.2015, 10:00

Aufgabe 1: Phasenraumporträt des ∞ -hohen Potentialtopfs

In dieser Aufgabe geht es zunächst um ein Problem der *klassischen* Mechanik, der Bewegung eines Teilchens in einem ∞ -hohen Potentialtopf. Das Potential $V(x)$ sei gegeben durch:

$$V(x) = \begin{cases} 0 & : |x| \leq L/2 \\ \infty & : \text{sonst} \end{cases} .$$

- Skizzieren Sie die Phasenraumbahnen für verschiedene Energien E .
- Berechnen Sie die von einer Phasenraumbahn mit Energie E eingeschlossene Fläche $F(E)$.
- Für den *quantenmechanischen* Fall gilt bekannterweise $E_n = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2} n^2$. Berechnen Sie nun die Differenz der Flächen $F(E_{n+1}) - F(E_n)$.

(6 Punkte)

Aufgabe 2: Ununterscheidbarkeit von Teilchen

Betrachten Sie $N = 3$ Teilchen der Masse m in einem eindimensionalen unendlich hohen Potentialtopf mit Breite L .

- Geben Sie alle möglichen Mikrozustände mit Energie $E \leq 12\alpha$ an. Dabei ist $\alpha = (\hbar^2 \pi^2)/(2mL^2)$.
- Wie lautet damit die Zahl der Mikrozustände $\Phi(E)$?
- Berücksichtigen Sie nun die Ununterscheidbarkeit der Teilchen. Wie reduziert sich dadurch die Zahl der Mikrozustände?

(6 Punkte)

Aufgabe 3: Mikro- und Makrozustände

Wir betrachten ein System aus N quantenmechanischen harmonischen Oszillatoren. Die Eigenenergie der einzelnen Oszillatoren ist gegeben durch $E_i = \hbar\omega(n_i + \frac{1}{2})$, mit $i = 1, \dots, N$ und $n_i = 0, 1, 2, \dots, \infty$.

- a) Geben Sie die Mikrozustände dieses Systems an.

Im folgenden wird ein mikrokanonisches Ensemble mit $N = 3$ und vorgegebener Gesamtenergie $E = \frac{11}{2}\hbar\omega$ betrachtet.

- b) Geben Sie die Wahrscheinlichkeiten P_r für alle Mikrozustände r an.
- c) Das System wird jetzt in zwei Teilsysteme zerlegt: Teilsystem A enthält den Oszillator 1, Teilsystem B enthält die Oszillatoren 2 und 3. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit $W(E_A)$, dass bei einer Gesamtenergie $E = \frac{11}{2}\hbar\omega$ das Teilsystem A die Energie E_A enthält.

(6 Punkte)