Übungsaufgaben zur Vorlesung

Theoretische Physik in zwei Semestern II

Priv.-Doz. Dr. R. Bulla,

WS 2014/15

Blatt 7: Abgabetermin: Dienstag, der 25.11.2014, 10:00

Aufgabe 1: Störungstheorie – harmonischer Oszillator

Benutzen Sie die in der Vorlesung eingeführte Störungstheorie, um die Schrödingergleichung für die folgenden beiden Hamilton-Operatoren näherungsweise zu lösen.

Analog zu der Vorlesung wird die Schreibweise $H = H_0 + \lambda H_1$ genutzt. H_0 ist der bereits bekannte Hamilton-Operator für den harmonischen Oszillator.

1) Betrachten sie zuerst eine lineare Störung $H_1 = \alpha x$.

   a) Nennen Sie die in H_0 vorkommenden, relevanten physikalischen Parameter und deren Dimension, und schließen Sie somit auf die Form von α unter der Berücksichtigung, dass H_1 die Dimension einer Energie haben muss.

   b) Bestimmen Sie nun die Korrektur zu $E_n^0 = \hbar\omega(n + 1/2)$ bis zur zweiten Ordnung in der Störungsreihe.

   c) Geben Sie auch in erster Ordnung die Korrektur des Eigenzustands an.

   d) Zwar ist ein Störungsreihenansatz hier möglich, jedoch keineswegs notwendig! Zeigen Sie mit Hilfe einer quadratischen Ergänzung, dass H als harmonischer Oszillator mit konstantem Offset beschrieben werden kann. Überprüfen Sie inwiefern das Ergebnis aus b) mit der exakten Lösung übereinstimmt.

2) a) Die Störung wird nun zu $H_1 = \alpha x^4$ geändert. Wiederholen Sie die Aufgabenteile a), b) (nur erste Ordnung) und c) aus 1).

   b) Diskutieren sie hier physikalisch den Fall $\lambda < 0$ und erläutern Sie wieso diese Berücksichtigung in Teil 1) nicht nötig war.

(11 Punkte)

Aufgabe 2: Störungstheorie – unendlich hoher Potentialtopf

Gegeben sei ein Teilchen der Masse m im eindimensionalen Potential

$$V(x) = \begin{cases} \infty & : \quad x \leq 0 \\ 0 & : \quad 0 < x < L \\ \infty & : \quad x \geq L \end{cases}$$

Berechnen Sie die Energien E_n $(\forall n \in \mathbb{N})$ in erster Ordnung, das heißt $E_n = E_n^0 + \lambda E_n^1 + \mathcal{O}(\lambda^2)$, für die Störung $H_1 = \alpha x$.

(3 Punkte)

Aufgabe 3: Potenzreihenansatz

Gegeben sei die Differentialgleichung:

$$y'(x) - 2xy(x) = 0 \ .$$

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung dieser Differentialgleichung mit Hilfe des Potenzreihenansatzes

$$y(x) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n \ .$$

(4 Punkte)