

Theoretische Physik in zwei Semestern II

Priv.-Doz. Dr. R. Bulla,

WS 2014/15

Blatt 8: Abgabetermin: Dienstag, der 02.12.2014, 10:00

Aufgabe 1: Wasserstoffatom

Die Schrödingergleichung für den Radialanteil $R(r)$ der Wellenfunktion eines Elektrons im Wasserstoffatom hat die Form

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{d^2}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d}{dr} \right) + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mr^2} + V(r) \right] R(r) = ER(r) .$$

Zeigen Sie, dass der Ansatz $R(r) = u(r)/r$ auf folgende Differentialgleichung für $u(r)$ führt:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dr^2} + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mr^2} + V(r) \right] u(r) = Eu(r) .$$

(3 Punkte)

Aufgabe 2: Pauli-Matrizen

Berechnen Sie

a) $\sigma_i^2, i = x, y, z.$

b) $[\sigma_i, \sigma_j], i = x, y, z.$

(3 Punkte)

Aufgabe 3: Partielle Ableitungen

a) Gegeben ist die Funktion

$$A(x, y, z) = x^3 \sin(xy) + e^z y .$$

Berechnen Sie die partiellen Ableitungen

$$\frac{\partial A}{\partial x}, \frac{\partial A}{\partial y}, \frac{\partial A}{\partial z}, \frac{\partial^2 A}{\partial x \partial y}, \frac{\partial^2 A}{\partial y \partial z}, \frac{\partial^2 A}{\partial z \partial x},$$

und überprüfen Sie die Relation $\frac{\partial^2 A}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 A}{\partial y \partial x}$

b) Gegeben ist $z(x, y) = y \left(\frac{x-1}{x+1} \right)$. Berechnen Sie die Funktionen $y(x, z)$ und $x(z, y)$.

c) Prüfen Sie die folgende Identität an dem Beispiel aus b)

$$\left(\frac{\partial x}{\partial y} \right)_z \left(\frac{\partial y}{\partial z} \right)_x \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)_y = -1$$

(5 Punkte)