

Theoretische Physik in zwei Semestern II

Priv.-Doz. Dr. R. Bulla, J. Schmidt

WS 2013/14

Blatt 11: Abgabetermin: Dienstag, der 21.01.2014, 10:00

Aufgabe 1: thermodynamische Kräfte und Maxwell-Relationen

Wir betrachten ein thermodynamisches System in dem δW die folgende Form annimmt:

$$\delta W = - \sum_{i=1}^N X_i dx_i .$$

Aus dem ersten Hauptsatz

$$dU = TdS - \sum_{i=1}^N X_i dx_i$$

folgt damit, dass die innere Energie als Funktion der Zustandsvariablen (den natürlichen Variablen) S, x_1, x_2, \dots, x_N aufgefasst wird.

- Wie lauten die Gleichungen für die $N + 1$ thermodynamischen Kräfte?
- Wieviele Maxwell-Relationen lassen sich daraus ableiten? Geben Sie diese Maxwell-Relationen an.

(3 Punkte)

Aufgabe 2: van der Waals-Gas

Gegeben sei die Zustandsgleichung des van der Waals-Gases (ein Mol):

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right) (V - b) = RT .$$

Berechnen Sie für das van der Waals-Gas

- den Ausdehnungskoeffizienten α ,
- die isotherme Kompressibilität κ_T .
- Berechnen Sie nun für das van der Waals-Gas die Differenz der Wärmekapazitäten $C_p - C_V$. Verwenden Sie dazu die allgemeingültige Gleichung aus der Vorlesung: $C_p - C_V = VT \frac{\alpha^2}{\kappa_T}$.
- Setzen Sie in dem Ergebnis aus Teil d) $a = b = 0$ und stellen Sie fest ob das Resultat mit dem für das ideale Gas übereinstimmt.

(6 Punkte)

Aufgabe 3: Adiabatische Expansion

- a) Zeigen Sie folgende Identität für den Koeffizienten der adiabatischen Expansion:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_S = -\frac{T}{C_V} \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V$$

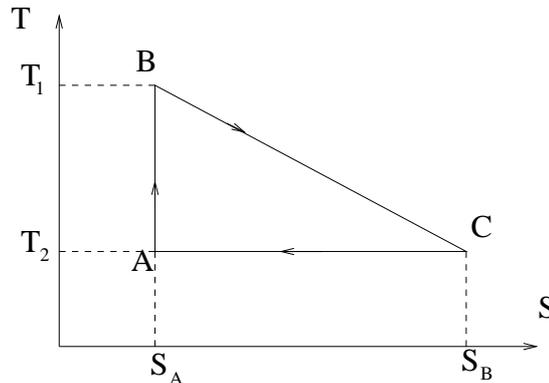
Hinweis: Verwenden Sie die bekannte Relation $-1 = \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_S \left(\frac{\partial V}{\partial S}\right)_T \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V$ sowie die in der Vorlesung angegebene Maxwell-Relation $\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V$

- b) Berechnen Sie diesen Koeffizienten für das ideale Gas und das van der Waals-Gas.

(4 Punkte)

Aufgabe 4: Wirkungsgrad

Gegeben ist folgender Kreisprozess im T - S -Diagramm:



- a) Berechnen Sie (analog zur Vorlesung) den Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{-\Delta W}{\Delta Q_2},$$

wobei ΔW die gesamte, während eines Zyklus am System geleistete Arbeit und ΔQ_2 die auf dem Weg von B nach C aufgenommene Wärme ist. Berechnen Sie Q_2 für den Weg $B \rightarrow C$ und Q_3 für den Weg $C \rightarrow A$. Berücksichtigen Sie dabei die Abhängigkeit der Temperatur von der Entropie.

- b) Vergleichen Sie den Wirkungsgrad mit demjenigen des Carnot-Prozesses und begründen Sie qualitativ, warum der Carnot-Prozess den maximal erreichbaren Wirkungsgrad hat.

(6 Punkte)