übungsaufgaben zur Vorlesung

Theoretische Physik in zwei Semestern II

Priv.-Doz. Dr. R. Bulla, O. Wohak

WS 2013/14

Blatt 13: Abgabetermin: Dienstag, der 04.02.2014, 10:00

Aufgabe 1: Phasenraumporträt des ∞-hohen Potentialtopfs

Betrachten Sie einen ∞-hohen Potentialtopf gegeben durch

$$V(x) = \begin{cases} 0 & : \ |x| \leq L/2 \\ \infty & : \ \text{sonst} \end{cases} .$$

a) Skizzieren Sie die Phasenraumbahnen für verschiedene Energien E.

b) Berechnen Sie die von einer Phasenraumbahn mit Energie E eingeschlossene Fläche F.

c) Es gilt bekannterweise $E_n = \frac{\hbar^2\pi^2}{2mL^2}n^2$. Berechnen Sie nun die Differenz der Flächen $F_{n+1} - F_n$.

(4 Punkte)

Aufgabe 2: Ununterscheidbarkeit von Teilchen

Betrachten Sie $N = 3$ Teilchen der Masse m in einem eindimensionalen unendlich hohen Potentialtopf mit Breite L.

a) Geben Sie alle möglichen Mikrozustände mit Energie $E \leq 12\alpha$ an. Dabei ist $\alpha = (\hbar^2\pi^2)/(2mL^2)$.

b) Wie lautet damit die Zahl der Mikrozustände $\Phi(E)$?

c) Berücksichtigen Sie nun die Ununterscheidbarkeit der Teilchen. Wie reduziert sich dadurch die Zahl der Mikrozustände?

(6 Punkte)

Aufgabe 3: N-dimensionale Kugel

Zeigen Sie, dass das Volumen einer N-dimensionalen Kugel mit Radius R gegeben ist durch:

$$V_N(R) = \frac{\pi^{N/2}}{\Gamma\left((N/2)+1\right)} R^N \ .$$

Dabei ist $\Gamma(x)$ die Gamma-Funktion. Für ganzzahlige n gilt: $\Gamma(n+1) = n!$
Hinweis: Verwenden Sie die vollständige Induktion und die Relation

$$\int_0^{\pi/2} \cos^n(x) dx = \sqrt{\pi} \frac{\Gamma\left((N-1)/2+1\right)}{\Gamma\left(N/2+1\right)} \ .$$

(3 Punkte)