

Theoretische Physik in zwei Semestern II

Priv.-Doz. Dr. R. Bulla, O. Wohak

WS 2013/14

Blatt 7: Abgabetermin: Dienstag, der 03.12.2013, 10:00

Aufgabe 1: Störungstheorie

Benutzen Sie die in der Vorlesung eingeführte Störungstheorie, um die Schrödinger-Gleichung für die folgenden beiden Hamilton-Operatoren näherungsweise zu lösen.

Analog zu der Vorlesung wird die Schreibweise $H = H_0 + \lambda H_1$ genutzt. H_0 ist der bereits bekannte Hamilton-Operator für den harmonischen Oszillator.

- 1) Betrachten sie zuerst eine lineare Störung $H_1 = \alpha x$.
 - a) Nennen Sie die in H_0 vorkommenden, relevanten physikalischen Parameter und deren Dimension, und schließen Sie somit auf die Form von α unter der Berücksichtigung, dass H_1 die Dimension einer Energie haben muss.
 - b) Bestimmen Sie nun die Korrektur zu $E_n^0 = \hbar\omega(n + 1/2)$ bis zur zweiten Ordnung in der Störungsreihe.
 - c) Geben Sie auch in erster Ordnung die Korrektur des Eigenzustands an.
 - d) Zwar ist ein Störungsreihenansatz hier möglich, jedoch keineswegs notwendig! Zeigen Sie mit Hilfe einer quadratischen Ergänzung, dass H als harmonischer Oszillator mit konstantem Offset beschrieben werden kann. Überprüfen Sie inwiefern das Ergebnis aus b) mit der exakten Lösung übereinstimmt.
- 2)
 - a) Die Störung wird nun zu $H_1 = \alpha x^4$ geändert. Wiederholen Sie die Aufgabenteile a), b) (nur erste Ordnung) und c) aus 1).
 - b) Diskutieren sie hier physikalisch den Fall $\lambda < 0$ und erläutern Sie wieso diese Berücksichtigung in Teil 1) nicht nötig war.

(11 Punkte)

Aufgabe 2: Potenzreihenansatz

Gegeben sei die Differentialgleichung:

$$y'(x) - 2xy(x) = 0 .$$

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung dieser Differentialgleichung mit Hilfe des Potenzreihenansatzes

$$y(x) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n .$$

Begründen Sie, inwiefern das Ergebnis für Sie erwartend oder überraschend ist.

(4 Punkte)