
2. Übungsblatt zum Vorkurs Physik

Sommersemester 2008

Internetseite: <http://www.thp.uni-koeln.de/~bulla/vorkurs.html>

1. Matrixoperationen I

Gegeben seien folgende Matrizen:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 0 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 4 & 3 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad C = [1 \quad 3].$$

- Welche Produkte zwischen je zwei dieser Matrizen lassen sich durchführen (wie z.B. AB , AC , etc.)?
- Berechnen Sie alle möglichen Produkte sowie:

$$CBAB - 3CB$$

2. Matrixoperationen II

Gegeben seien folgende Matrizen:

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ -a & b \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} b & -b \\ -a & b \end{bmatrix},$$
$$C = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Berechnen Sie die Kommutatoren $[A, B]_-$ und $[C, D]_-$.
($[A, B]_- = AB - BA$)

3. Drehmatrix

Gegeben seien die Matrizen

$$D_\varphi = \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix}.$$

- Geben Sie die Matrix D_φ für folgende Winkel an: $\varphi_1 = 0$, $\varphi_2 = \pi/4$, $\varphi_3 = \pi/2$, $\varphi_4 = \pi$.
- Veranschaulichen Sie die Wirkung von D_{φ_i} ($i = 1, 2, 3, 4$) auf die Vektoren $\vec{a} = (1, 0)$ und $\vec{b} = (1, 1)$.
- Zeigen Sie, dass für die transponierte Matrix D_φ^t gilt: $D_\varphi^t = D_\varphi^{-1}$.
- Die Hintereinanderausführung zweier Drehungen ist wieder eine Drehung, also muss gelten:
 $D_\varphi D_{\bar{\varphi}} = D_{\varphi+\bar{\varphi}}$.
- Zeigen Sie für einen beliebigen Vektor $\vec{r} = (a, b)$, dass die Drehung dieses Vektors um den Winkel φ , d.h. $\vec{r}' = D_\varphi \vec{r}$, den Betrag des Vektors nicht ändert.