
6. Übung zum Vorkurs Physik

Sommersemester 2008

Internetseite: <http://www.thp.uni-koeln.de/~bulla/vorkurs.html>

1. Stetigkeit

Sind die folgenden Funktionen an der Stelle $x_0 = 0$ stetig:

i) $y = x$

ii) $y = x^2$

iii) $y = 1/(1 - x)$

iv) $y = x \sin x$

v) $y = x + e^{-x}$

vi) $y = \frac{\sin x}{x}$

vii) $y = \frac{e^x - 1}{x}$

viii) $y = |x|$

ix) $y = H(x - a)H(x + a)$

x) $y = H(x)H(-x - a)$

xi) $y = e^{-x}H(x)$

xii) $y = xe^{-x}H(x)$

2. Logarithmus

Wie sind der Dekadische und der Natürliche Logarithmus miteinander verknüpft ?

3. Exponentieller Zerfall

Nehmen Sie an, zwei Isotope eines Elements mit den Halbwertszeiten t_1 und t_2 lagen anfangs (zum Zeitpunkt der Erdentstehung) im Verhältnis r_0 vor, während man sie heute im Verhältnis r findet. Geben Sie das Lebensalter der Erde als Funktion von r_0 und r an.

(Als Beispiel: $t_1(^{235}\text{U}) = 7.14 \cdot 10^8 \text{a}$, $t_2(^{238}\text{U}) = 4.501 \cdot 10^9 \text{a}$, $r_0 = ^{235}\text{U}/^{238}\text{U} = 1.65$, $r = 0.00723$)

4. Hyperbolische Funktionen

Skizzieren sie die hyperbolischen Funktionen

$$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}, \quad \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2} \quad \text{und} \quad \tanh x = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

Welche der Funktionen sind gerade und welche ungerade (bzw. spiegel- und punktsymmetrisch) ?
Zeigen Sie: $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$.

5. Trigonometrische Funktionen

An einem Heizwiderstand R liegt die mit der Frequenz ν oszillierende Wechselspannung $U(t) = U_0 \sin(2\pi\nu t)$ an. Zeigen Sie, dass die Heizleistung $P(t) = U^2/R$ doppelt so schnell oszilliert wie die Spannung.

[Es hilft das Additionstheorem $\cos(\phi_1 \pm \phi_2) = \cos(\phi_1) \cdot \cos(\phi_2) \mp \sin(\phi_1) \cdot \sin(\phi_2)$.]

6. Sekanten- und Tangentensteigung

Gegeben sei die Funktion $x^3 - 3x$. Berechnen Sie die Steigung der Sekante durch die Kurvenpunkte an den Stellen $x_1 = 1$ und $x_2 = 1.5$. Vergleichen Sie diese Sekantensteigung mit der Steigung der Tangenten an x_1 und x_2 .