Institut für Theoretische Physik
der Universität zu Köln

Prof. Dr. M. Zirnbauer
D. Wieczorek

Klassische Theoretische Physik I
Prüfung : Musterlösung Aufgaben 7b, 8a

SS 15

Die eigentlich leichten Aufgaben 7b und 8a haben unerwartet viele Teilnehmer vor unlösbare Probleme gestellt; daher gibt es hierzu Musterlösungen:

7. Symmetrische Ladungsverteilung *4 Punkte*

Sofort klar ist: Für $r < R_i$ verschwindet E und Φ ist konstant, für $r > R_a$ entspricht die Situation einer Punktladung; Φ gehe nun für große Abstände vom Ursprung gegen Null. Wir bezeichnen den Bereich $R_i \leq r \leq R_a$ mit 2 und erhalten mit a)

$$f_2(r) = \frac{1}{\epsilon_0 r^2} \frac{3Q}{4\pi(R_a^3 - R_i^3)} \int_{R_i}^{r} r'^2 dr' = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0(R_a^3 - R_i^3)} \left(r - \frac{R_i^3}{r^2} \right) .$$

Das Potential in diesem Bereich ergibt sich durch Integration zu

$$\Phi_2(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0(R_a^3 - R_i^3)} \left(-\frac{1}{2} r^2 - \frac{R_i^3}{r} \right) + c_2 .$$

Da Φ stetig ist, muss in $r = R_a$ die Konstante c_2 aus $\Phi_2(R_a) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R_a}$ bestimmt werden. Für $r < R_i$ hat das Potential dann den konstanten Wert $\Phi_2(R_i)$.
Abweichend hiervon kann man natürlich das Potential durch Addition einer Konstante ändern, indem man es z.B. für $r < R_i$ auf Null setzt.

8. Plattenkondensator *4 Punkte*

Ein idealer Plattenkondensator besteht aus zwei Ebenen im Abstand d, die die Flächenladungsdichten $\pm\sigma$ tragen. Bekanntermaßen springt die Tangentialkomponente von D an einer solchen Grenzfläche um σ. Die yz-Ebene mit Flächenladungsdichte $\sigma = \sigma_0[dy \wedge dz, R]$ verursacht also das elektrische Feld $E = \mathrm{sgn}(x)\frac{\sigma_0}{2\epsilon_0}dx$, da wegen $D = \epsilon_0 * E$ die Normalkomponente von E um $\frac{\sigma_0}{\epsilon_0}dx$ springt. Innerhalb des Plattenkondensators herrscht also das elektrische Feld $\frac{\sigma_0}{\epsilon_0}dx$, außerhalb verschwindet es. Die Spannung berechnet sich damit zu $U = \frac{\sigma_0 d}{\epsilon_0}$, die Kapazität pro Fläche zu $\frac{C}{A} = \frac{\epsilon_0}{d}$.