Institut für Theoretische Physik
der Universität zu Köln

Prof. Dr. Martin Zirnbauer
Daniel Wieczorek

Klassische Theoretische Physik I

Blatt 1

SS 2015

Abgabe: 14.04.
Besprechung: 16.04. in den Übungsgruppen
Website: http://www.thp.uni-koeln.de/∼dwieczor/ktpi15

0. Informationen und Spielregeln

Zunächst eine Mitteilung in eigener Sache: Sehen Sie unbedingt davon ab, den Dozenten, den Assistenten oder die Übungsleiter mit Fragen zu KLIPS zu behelligen. Wir beantworten diese nicht, da – wie Sie mittlerweile wissen sollten – nur Frau Herrmann Zugriff auf KLIPS hat.

Für den Übungsbetrieb gelten folgende Spielregeln:

- Der neue Übungszettel ist spätestens dienstags nach der Vorlesung online verfügbar, häufig allerdings schon am vorhergehenden Freitag - nutzen Sie die Ihnen für die Lösung zur Verfügung stehende Zeit bitte maximal aus..
- Die bearbeiteten Übungen sind **getackert** und **oben rechts mit Namen versehen** am darauffolgenden Dienstag **vor der Vorlesung** in das korrekte Fach der Briefkastenanlage einzuwerfen.
- Sie dürfen (und sollen!) zur Abgabe Dreiergruppen bilden.
- Es besteht keine Anwesenheitspflicht in den Übungsstunden. Sie sollten dennoch regelmäßig teilnehmen und dort vor allem ihre Lösungen vorrechnen und diskutieren, da Sie auf diese Weise Ihre Erfolgswahrscheinlichkeit beträchtlich steigern.
- Für die Zulassung müssen Sie 2/3 der Aufgaben sinnvoll bearbeitet haben.

Wie in jedem Sommersemester fallen zwei Donnerstage mit Feiertagen zusammen. Beachten Sie bitte die Ankündigen auf der Website, da es in den betreffenden Wochen voraussichtlich Globalübungen geben wird.

Sie sollten Fragen zur Vorlesung bzw. zu den Übungen keinesfalls für sich behalten, sondern diese mit Ihren Übungsleitern besprechen. Sie können den Assistenten auch gerne besuchen kommen; er ist Ihnen wohlgesonnen. Dazu müssen Sie vom Telefon, das neben der Glastür angebracht ist, die zum Prüfungsamt führt, unter 4209 anrufen (allerdings nicht zwischen 12:30 und 13:30).

1. Galilei-Transformationen

a) Zeigen Sie, dass die Galilei-Transformationen eine Gruppe bilden.

b) Zeigen Sie, dass die Euklidische Bewegungsgruppe mit Elementen

$$g(t, \vec{x}) = (t, R\vec{x} + \vec{a})$$

und die speziellen Galilei-Transformationen mit Elementen

$$g(t, \vec{x}) = (t, \vec{x} + \vec{v}t)$$

Untergruppen der Galilei-Gruppe sind.

c) Wie setzen sich die 10 Parameter der eigentlichen, orthochronen Galilei-Gruppe zusammen?

d) Zeigen Sie, dass sich die Galilei-Gruppe aus vier disjunkten Komponenten zusammensetzt. Welche dieser Zusammenhangskomponenten sind Gruppen?

2. Impuls- und Drehimpulserhaltung

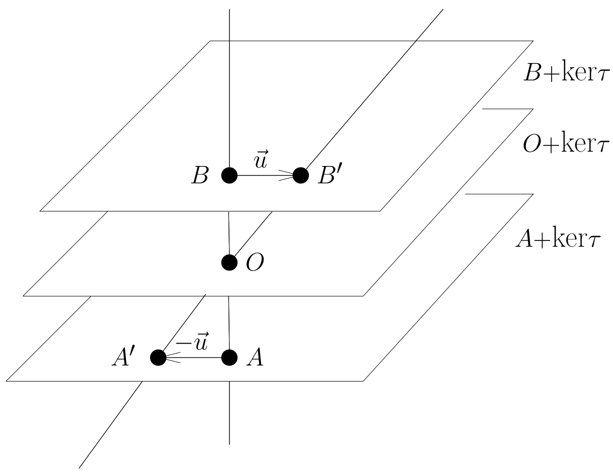
Wir betrachten ein abgeschlossenes System von N Massenpunkten, das den Newton'schen Gesetzen gehorcht. Insbesondere sei das 3. Newton'sche Gesetz in der Form $\vec{F}_{ji} = -\vec{F}_{ij}$ gegeben. Sind damit der Gesamtimpuls und der Gesamtdrehimpuls Erhaltungsgrößen des Systems?

3. Galilei-Raumzeit

a) Zeigen Sie, dass sich der räumliche Abstand zwischen zwei nicht-gleichzeitigen Ereignissen in einer Galilei-Raumzeit nicht invariant (d.h. unabhängig vom Zustand des Beobachters) definieren lässt.

b) In einer Galilei-Raumzeit seien fünf Ereignisse O, A, A', B, B' gegeben mit $\tau(A - A') = \tau(B - B') = 0$ und $\tau(B - O) = \tau(O - A) = 1$ (siehe Skizze). Gibt es Galilei-Transformationen g_i, die jeweils die folgenden Forderungen erfüllen? Wenn ja, geben Sie eine solche an.

- $g_1 A = O$ und $g_1 O = B$
- $g_2 A = A'$ und $g_2 O = B'$
- $g_3 A = A'$ und $g_3 B = B'$
- $g_4 B = O$ und $g_4 O = A'$



4. Passive Transformationen

Wir erinnern an den allgemeinen Sachverhalt, dass eine Abbildung $T : M \to M$ immer auch eine Transformation einer Funktion $f : M \to \mathbb{R}$ bestimmt, und zwar durch $(T^* f)(a) = f(T(a))$. Nun sei $(M, V, +)$ ein affiner Raum mit affinem Koordinatensystem $\{o; e_1, \ldots, e_n\}$ und $x^1(a), \ldots x^n(a)$ seien die einem Punkt $a \in M$ durch

$$a = o + \sum_{i=1}^{n} x^i(a) e_i$$

zugeordneten Koordinaten. Wir fassen die x^i $(i = 1, \ldots, n)$ als Funktionen $x^i : M \to \mathbb{R}$ auf.

a) Wie Ihnen aus der Vorlesung über mathematische Methoden bekannt ist, kann man zu jeder affinen Abbildung $T : M \to M$ eine lineare Abbildung $L : V \to V$ finden, sodass

$$T(p) = T(o) + L(p - o)$$

gilt. L sei nun invertierbar, d.h. T transformiere $\{o; e_1, \ldots, e_n\}$ in das Koordinatensystem $\{o'; e'_1, \ldots, e'_n\}$ mit $o' = T(o)$, $e'_i = L(e_i)$. Zeigen Sie für die transformierten Koordination $x^{i'}$ die Formel

$$x^{i'} = (T^{-1})^* x^i \ .$$

b) Nun setzen wir $L(e_i) = \sum_{j=1}^{n} e_j L^j_i$. Zeigen Sie hiermit die explizite Formel

$$x^{i'} = \sum_{j=1}^{n} (x^j - \theta^j(o' - o))(L^{-1})^i_j \ .$$

$\{\theta^1, \ldots, \theta^n\}$ ist hierbei die zu $\{e_1, \ldots, e_n\}$ duale Basis.