
Klassische Theoretische Physik I

Blatt 2

SS 2015

Abgabe: 21.04.

Besprechung: 23.04. in den Übungsgruppen

Website: <http://www.thp.uni-koeln.de/~dwieczor/ktpi15>

5. Kraft als Linearform

Erläutern Sie

- wieso es sinnvoller ist, Kraftfelder als Einsformen statt als Vektorfelder aufzufassen,
- was es bedeutet, dass die Newton'schen Bewegungsgleichungen Gebrauch von der euklidischen Struktur des Raumes Gebrauch machen.

6. Energie- und Impulserhaltung

Ein Auto der Masse m beschleunigt von $v_0 = 0$ auf $v_1 = 100\text{km/h}$. Jemand beobachtet dies von einem Zug aus, der mit konstant 200km/h in entgegengesetzter Richtung fährt. Bezüglich seines Bezugssystems beschleunigt das Auto also von $v'_0 = 200\text{km/h}$ auf $v'_1 = 300\text{km/h}$. Nun stellen Autofahrer (A) und Beobachter im Zug (B) folgende Energiebilanzen für den Beschleunigungsvorgang auf:

$$\begin{aligned} A : \Delta E_A &= \frac{m}{2}(v_1^2 - v_0^2) = \frac{m}{2}(100\text{km/h})^2 \\ B : \Delta E_B &= \frac{m}{2}(v_1'^2 - v_0'^2) = 5 \times \Delta E_A! \end{aligned}$$

Danach hätte das Auto für ein und denselben Beschleunigungsvorgang nach Bilanz von B fünfmal mehr Energie benötigt als nach Bilanz von A ! Wo liegt der Fehler?

7. Abstürzender Satellit

Ein Erdsatellit der Masse m bewegt sich unter dem Einfluss der Gravitationskraft und einer Reibungskraft¹:

$$\vec{F} = -m\frac{\alpha}{r^2}\vec{e}_r - m\gamma(r)\vec{v}.$$

Dabei ist r der Abstand zum Erdmittelpunkt, $\alpha = GM$ mit Erdmasse M und Gravitationskonstanten G und $\gamma(r) > 0$. Stellen Sie die Bewegungsgleichungen in Kugelkoordinaten auf. Wie müssen $\gamma(r)$, β und ϵ gewählt werden, damit

$$r(t) = r_0(1 - \beta t)^{2/3}, \quad \theta(t) = -\frac{1}{\epsilon} \ln(1 - \beta t)^{2/3}, \quad \phi(t) = \text{const.}$$

die Bewegungsgleichungen löst? Welche Form hat die Bahnkurve? Bestimmen Sie den Betrag der Geschwindigkeit $\|\vec{v}\|$ als Funktion von r .

¹Beachten Sie, dass man Reibungskräfte nicht ohne Weiteres als Einsformen auffassen kann.

8. Energiesatz

Ein Teilchen der Masse m bewege sich in einer Dimension unter dem Einfluss der Kraft $F(x) = -U'(x)$, $x(t)$ sei die Bahnkurve des Teilchens. Zeigen Sie explizit², dass die Energie

$$E(t) = \frac{m}{2}\dot{x}(t)^2 + U(x(t))$$

zeitlich konstant ist.

Es sei nun das eindimensionale Potenzial

$$U(x) = -e^{-x^2}$$

gegeben, ferner sei $m = 1$. Skizzieren Sie den Graphen von $U(x)$. Diskutieren Sie anhand des Energiesatzes qualitativ die Bahnen $x(t)$ dieses Punktteilchens zu folgenden Anfangsbedingungen zur Zeit $t = 0$ ($x_0 = x(0)$, $v_0 = \dot{x}(0)$):

$$(i) \quad x_0 = 0, \quad v_0 = 0, \quad (ii) \quad x_0 = 1, \quad v_0 = 0, \quad (iii) \quad x_0 = 2, \quad v_0 = \frac{2}{e}. \quad (1)$$

Skizzieren Sie dazu jeweils $x(t)$ in einem (x, t) -Diagramm.

²D.h. aus Ihrer Bearbeitung soll hervorgehen, dass Ihnen dies klar ist - dass es allgemein im Skript steht wissen wir selbst.