
Klassische Theoretische Physik I

Blatt 3

SS 2015

Abgabe: 28.04.

Besprechung: 30.04. in den Übungsgruppen

Website: <http://www.thp.uni-koeln.de/~dwieczor/ktpi15>

9. Eindimensionale Bewegung im quartischen Potential

Wir betrachten die Bewegung eines Teilchens mit Energie $E = 0$ im Potential $U(x) = -Ax^4$ mit $A > 0$. Die Anfangsposition des Teilchens sei $x(0) = x_0 > 0$.

- a) Angenommen, die Anfangsgeschwindigkeit des Teilchens ist positiv, $\dot{x}(0) > 0$. Finden Sie mittels Energieerhaltung $x(t)$ zum Zeitpunkt $t > 0$. Wann entweicht das Teilchen ins Unendliche?
- b) Nun sei die Anfangsgeschwindigkeit negativ, $\dot{x}(0) < 0$. Finden Sie erneut $x(t)$ für $t > 0$. Wann erreicht das Teilchen den Ursprung?

10. Phasenportrait

Betrachten Sie ein eindimensionales System unter Einfluss einer konservativen Kraft mit potentieller Energie $U(x)$, deren Graph in der Abbildung dargestellt ist. e_1, e_2, e_3, e_4 bezeichnen hier Energien. Skizzieren Sie die zugehörigen Phasenraumkurven und diskutieren Sie diese.

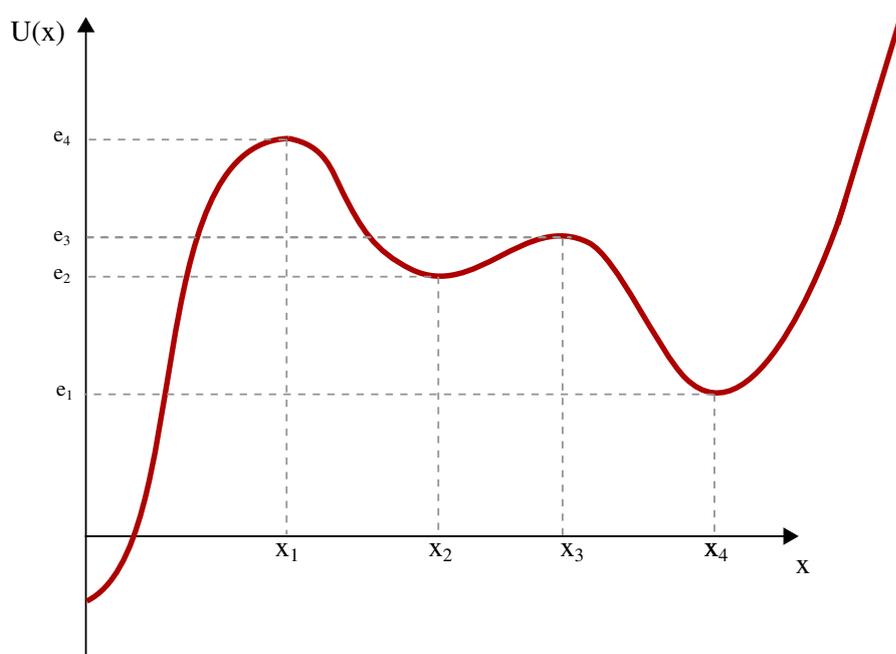


Abbildung 1: Potentiallandschaft

11. Logarithmische Divergenz

Wir betrachten noch einmal das Potential U aus Aufgabe 10. Ein Teilchen mit Gesamtenergie e_3 befinde sich an einem Ort im Intervall $[x_2, x_3)$. Zeigen Sie, dass dieses Teilchen x_3 nicht in endlicher Zeit erreichen kann.

Bemerkung: Diese Rechnung liefert eine Erklärung dafür, warum sich Phasenbahnen in hyperbolischen Fixpunkten nur *scheinbar* schneiden.

12. Potentialstufe

Ein Teilchen der Masse m bewege sich in der xy -Ebene. Längs der y -Achse verlaufe eine Potentialstufe $U(x, y) = U_0 f(x)$; $f \leq 1$ sei stetig differenzierbar und streng monoton mit $f(x) = 0$ für $x \leq 0$ und $f(x) = 1$ für $x \geq a$. Im Folgenden soll $a \in \mathbb{R}^+$ als beliebig klein angenommen werden.

- a) Gibt es neben der Energie noch weitere Erhaltungsgrößen?
- b) Unter welchen Bedingungen und auf welche Weise wird das Teilchen an der Stufe reflektiert?
- c) Sollte das Teilchen die y -Achse passieren, wie ändert sich die Bahnrichtung?
- d) Welche Größen sind Konstanten der Bewegung, wenn die lineare Potentialstufe in eine ringförmige der Gestalt $U(x, y) = U_0 f(R^2 - x^2 - y^2)$ (f wie oben) umgewandelt wird?