Klassische Theoretische Physik I

Blatt 5

SS 2015

Abgabe: 12.05.

Besprechung: 13.05. um 12:00 in Hörsaal II

Website: <http://www.thp.uni-koeln.de/~dwieczor/ktpi15>

18. Schwingungsdauer

Die Phasenbahnen eines Hamiltonschen System mit Hamiltonfunktion

$$H(q, p) = \frac{p^2}{2m} + U(q), \quad U(q) = \alpha q^h, \quad h \in 2\mathbb{N}, \alpha > 0$$

sind für alle Energien $E > 0$ geschlossen. Zeigen Sie, dass die Schwingungsdauer mit der Energie wie $E^{-\frac{1}{2} + \frac{1}{h}}$ variiert.

19. Drehimpuls der Relativbewegung

Zeigen Sie:

- a) Für ein System von zwei Massenpunkten drückt sich der Gesamtdrehimpuls $L = L^{(\Gamma)}$ bezüglich des Schwerpunkts Γ durch

$$L = p \otimes q - \mathcal{I}(q) \otimes \mathcal{I}^{-1}(p)$$

aus, wobei $p = \langle m\dot{q}, \cdot \rangle = \mathcal{I}(m\dot{q})$ der Impuls der Relativbewegung ist.

- b) Der Drehimpuls aus a) ist erhalten.

20. Zur Bewegungsebene (Abschnitt 1.9.2)

Zeigen Sie:

- a) Jeder zu q und $\mathcal{I}^{-1}(p)$ senkrechte Vektor in V steht senkrecht auf der Bewegungsebene.
b) Das zeitabhängige Orthonormalsystem

$$f_1(t) = \frac{\mathcal{I}(q(t))}{|q(t)|}, \quad f_2(t) = \frac{p_{\perp}(t)}{|p_{\perp}(t)|}$$

genügt den Relationen

$$Lf_1(t) = f_2(t)|L|, \quad Lf_2(t) = -f_1(t)|L|, \quad |L| = |q(t)||p_{\perp}(t)|.$$

21. Flächensatz

Zeigen Sie: Der in der Bewegungsebene rotierende Differenzvektor $q(t) = \gamma_1(t) - \gamma_2(t)$ der Massenpunkte im Keplerproblem überstreicht in gleichen Zeiten gleiche Flächen.