Institut für Theoretische Physik
der Universität zu Köln

Prof. Dr. Martin Zirnbauer
Daniel Wieczorek

Klassische Theoretische Physik I

Blatt 9

SS 2015

Abgabe: 23.06.
Besprechung: 25.06.
Website: http://www.thp.uni-koeln.de/∼dwieczor/ktpi15

40. Lineare Kette endlicher Länge

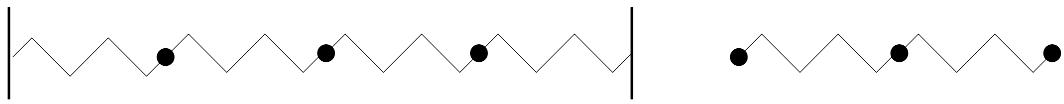
Betrachten Sie das folgende *eindimensionale* System: drei Massenpunkte der Masse m seien durch Federn der Stärke k untereinander verbunden. Die beiden äußeren Massenpunkte seien zudem durch Federn der gleichen Stärke mit festen Wänden verbunden. Die Auslenkung des i. Massenpunkts bezeichnen wir mit q_i.

a) Geben Sie die Bewegungsgleichungen des Systems an.

b) Finden Sie die Eigenfrequenzen und zugehörigen Normalschwingungen. Skizzieren Sie die Bewegungen.

41. Lineare Kette endlicher Länge II

Wie ändern sich die Ergebnisse von Aufgabe 40 für offene Randbedingungen, d.h. für drei Massenpunkte, die nur untereinander gekoppelt sind?



42. Unendliche lineare Kette

Diese Aufgabe befasst sich mit dem einfachsten dynamischen Modell für ein Kristallgitter. Dazu betrachten wir abzählbar unendlich viele Massenpunkte der gleichen Masse m auf der reellen Achse. Der j. Massenpunkt ($j \in \mathbb{Z}$) habe seine Ruhelage in ja, $a \in \mathbb{R}$, die Auslenkung aus der Ruhelage sei mit q_j bezeichnet und benachbarte Massepunkte seien durch eine Feder der Stärke $k \in \mathbb{R}$ gekoppelt. Die Massenpunkte stellen in diesem Modell Atome dar, a ist die sog. Gitterkonstante.

a) Geben Sie die Bewegungsgleichungen des Systems an.

b) Verwenden Sie den Ansatz $q_j(t) = Q_q(t) \exp(iqja)$ mit $Q_q(t) = A_q \exp(-i\omega_q t)$, um die Bewegungsgleichungen zu lösen.

c) Erläutern Sie, wieso der Parameter q auf den Bereich $|q| \leq \frac{\pi}{a}$ eingeschränkt werden kann.

d) Skizzieren Sie die Eigenfrequenzen ω_q als Funktion von q; diese Beziehung wird Dispersionsrelation genannt.

43. Ebenes Doppelpendel

a) Stellen Sie für das unten abgebildete ebene Doppelpendel im homogenen Schwerefeld der Erde die Bewegungsgleichungen für die Koordinaten $x_i = l_i\theta_i$ auf.

b) Finden Sie für kleine Schwingungen die charakteristischen Frequenzen und Normalschwingungen im Spezialfall $m = m_1 = m_2$, $l = l_1 = l_2$.