
Quantenphysik

Blatt 0 - Präsenzübung

SS 2013

Abgabe: Keine. Bitte bereiten Sie die Aufgaben mündlich vor.

Besprechung: Freitag, den 12.04.2013 in den Übungsstunden

Website: <http://www.thp.uni-koeln.de/~dwieczor>

0. Spielregeln

(0 Punkte)

Für den Übungsbetrieb gelten folgende Spielregeln:

- Die neuen Übungszettel sind donnerstags nach der Vorlesung online verfügbar und liegen auch gedruckt vor dem Sekretariat aus.
- Die bearbeiteten Übungen sind **gebunden** und **oben rechts mit Namen und Übungsgruppennummer** versehen bis um 12 Uhr am darauffolgenden Mittwoch gegenüber dem Prüfungsamt in der vorbereiteten Box abzugeben.
- Die Erfahrung des vergangenen Jahre macht folgende Regelung erforderlich: Wenn Sie Ihre Übungsgruppe nicht auf den Zettel schreiben, wird pauschal die Hälfte der erreichbaren Punkte abgezogen, Abgaben ohne Namen werden nicht berücksichtigt. Hinweis: Ihre Übungsgruppe finden Sie jederzeit auf der Website, Ihren Namen im Personalausweis.
- Mit **50%** der Übungspunkte sind Sie zur Klausur zugelassen.
- Sie dürfen (und sollen) zur Abgabe Dreiergruppen bilden.
- Es besteht keine Anwesenheits- oder Vorrechenpflicht in den Übungen.

Wir legen bei den Abgaben vor allem Wert auf eine vernünftige Darstellung – oder möchten Sie ein Lehrbuch lesen, das nur aus Gleichungsketten ohne erläuternden Text und Skizzen besteht? Konsultieren Sie hierzu unbedingt noch einmal den Text von Manfred Lehn (<http://www.mathematik.uni-mainz.de/Members/lehn/le/uebungsblatt>).

Zögern Sie nicht, bei Fragen zur Vorlesung bzw. zu den Übungen die Assistenten zu besuchen (Raum 1.02 im Container, Tel. –4402).

1. Hamiltonfunktionen

(0 Punkte)

Geben Sie für folgende Systeme die Hamiltonfunktion und die Hamilton'schen Gleichungen an. Der zugrundeliegende Phasenraum sei der Einfachheit halber $T^*\mathbb{R}^3 \cong \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3$:

- a) Ein freies Teilchen der Masse m ,
- b) zwei Massenpunkte m und M , die gravitativ wechselwirken,
- c) eine Ladung q der Masse m in einem beliebigen elektromagnetischen Feld.

2. Wiederholung: Grundbegriffe der linearen Algebra (0 Punkte)

Im Folgenden beziehen wir uns auf endlichdimensionale Vektorräume. Wiederholen und – sofern nicht bereits geschehen – verinnerlichen Sie diese Begriffe gut, denn diese (bzw. Ihre funktional-analytischen Verallgemeinerungen) werden ab dieser Vorlesung permanent benötigt.

- a) Was ist überhaupt ein Vektorraum, was ist sein Dualraum?
- b) Was ist eine Basis eines Vektorraums, was ist eine duale Basis? Wie berechnet man die Komponenten von Vektoren mit Hilfe der dualen Basis?
- c) Sei V ein komplexer Vektorraum mit Basis $\{v_i\}$ und zugehöriger Dualbasis $\{\theta^i\}$. Zeigen Sie, dass man die Matrixelemente eines Operators $A : V \rightarrow V$ gemäß $(M(A))^i_j = \theta^i(A(v_j))$ berechnen kann.
- d) Sei $(V, \langle \cdot, \cdot \rangle)$ ein komplexer Vektorraum mit Skalarprodukt (man spricht auch von einem unitären Vektorraum). Zeigen Sie, dass $\langle \cdot, \cdot \rangle$ einen kanonischen Isomorphismus von V und V^* liefert. Wieso kanonisch?
- e) Wie sieht die Vorschrift aus c) aus, wenn V ein Skalarprodukt $\langle \cdot, \cdot \rangle$ trägt und man Orthonormalbasen verwendet?
- f) Zeigen Sie: Auf einem unitären Vektorraum $(V, \langle \cdot, \cdot \rangle)$ mit Orthonormalbasis $\{e_i\}$ gilt $\sum_i e_i \langle e_i, \cdot \rangle = id(\cdot)$. Dabei ist $id : V \rightarrow V$ die Identität.
- g) Sei $(V, \langle \cdot, \cdot \rangle)$ ein unitärer Vektorraum. Wann ist ein Operator $A : V \rightarrow V$ unitär, wann selbstadjungiert? Wie sehen Matrixdarstellungen solcher Operatoren bzgl. Orthonormalbasen aus?
- h) Sei $A : V \rightarrow V$ ein selbstadjungierter Operator auf einem unitären Vektorraum. Zeigen Sie: Alle Eigenwerte von A sind reell und Eigenvektoren zu verschiedenen Eigenwerten sind orthogonal zueinander.
- i) Wie lautet der Spektralsatz für selbstadjungierte Operatoren?