Institut für Theoretische Physik
der Universität zu Köln

Prof. Dr. Martin Zirnbauer
Daniel Wieczorek

Mathematische Methoden der Physik

Blatt 0 - Präsenzübung

WS 2014/15

Abgabe: Keine. Bitte bereiten Sie die Aufgaben mündlich vor.
Besprechung: 09.10./10.10. in den Übungsgruppen
Website: http://www.thp.uni-koeln.de/∼dwieczor/mm1415

0. Spielregeln

Für den Übungsbetrieb gelten folgende Spielregeln:

- Der neue Übungszettel ist dienstags nach der Vorlesung online verfügbar.
- Die bearbeiteten Übungen sind **getackert** und **oben rechts mit Namen versehen** bis um 10 Uhr am darauffolgenden Dienstag in das korrekte Fach der Briefkastenanlage einzuwerfen.
- Sie dürfen (und sollen!) zur Abgabe Dreiergruppen bilden.
- Es besteht keine Anwesenheitspflicht in den Übungsstunden.
- Sie sind zur Klausur zugelassen, wenn höchstens zwei Abgaben nicht anerkannt wurden.
- Eine Abgabe wird anerkannt, wenn Sie alle Aufgaben sinnvoll bearbeitet haben.
  Eine sinnvolle Bearbeitung umfasst dabei die korrekte Lösung und fehlerhafte Lösungen mit Bezug zur Aufgabe. Wenn Sie eine Aufgabe oder Aufgabenteile auslassen, so müssen sie dies **inhaltlich** mit Bezug auf die Aufgabenstellung begründen. Formulierungen der Art "Habe ich nicht verstanden." sind unzureichend. Wenn Sie sich erst über die inhaltlichen Schwierigkeiten im Klaren sind, wird dies in der Regel bereits zur Lösung der Aufgabe führen; anderenfalls bietet sich für die Übungsstunde ein wichtiger Anknüpfungspunkt.

Bei Fragen zur Vorlesung bzw. zu den Übungen können Sie gerne den Assistenten zu besuchen (Raum 1.02 im Container, Tel. –4402).

1. Gruppen

Sind die folgenden Objekte Gruppen? Wenn ja, welches ist das neutrale Element?
$(\mathbb{N},+)$, $(\mathbb{N},\cdot)$, $(\mathbb{Z},+)$, $(\mathbb{Z},\cdot)$, $(\mathbb{Q},+)$, $(\mathbb{Q}_+,\cdot)$ und $(\{-1,+1\},\cdot)$.

2. Funktionsvektorraum

Zeigen Sie: Mit den Verknüpfungen

$$\oplus : V \times V \to V \quad \odot : \mathbb{R} \times V \to V$$

definiert durch

$$f \oplus g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}; (f \oplus g)(x) := f(x) + g(x)$$
$$\lambda \odot f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}; (\lambda \odot f)(x) := \lambda \cdot f(x)$$

wird die Menge $V = \{f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}\}$ der reellwertigen Funktion auf $\mathbb{R}$ zu einem reellen Vektorraum.

3. Walfisch im Atlantik

Ein Wal schwimmt im Atlantik erst 10 Stunden mit 5 km/h nach Süden, dann 3 Stunden mit 10 km/h nach Nordwesten und schließlich 1 Stunde mit 12 km/h nach Osten. Wählen Sie für die Komponentendarstellung folgende Basis:

$$\text{Nordrichtung} \mathrel{\hat{=}} \mathbf{v_1} \text{ und Ostrichtung} \mathrel{\hat{=}} \mathbf{v}_2\,.$$

a) Geben Sie die Geschwindigkeitsvektoren für die drei Teilstrecken an.

b) Geben Sie den Vektor der mittleren Geschwindigkeit an.

c) Um welchen Vektor verschiebt sich die Position des Wales insgesamt?

d) Wiederholen Sie die Rechnungen von Teil a, b und c; nehmen Sie jedoch zusätzlich an, dass der Wal sich mit den angegebenen Geschwindigkeiten relativ zum Golfstrom bewegt, der mit 5 km/h nach Osten fließt.

4. Rechnen mit Vektoren

Es seien $\mathcal{B} = \{\mathbf{v_1}, \mathbf{v_2}\}$ und $\mathcal{B}' = \{\mathbf{v'_1}, \mathbf{v'_2}\}$ jeweils Basen eines reellen Vektorraumes. Es seien $\mathbf{u}_1 = \begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}_{\mathcal{B}}$, $\mathbf{u}_2 = \begin{pmatrix}-7\\0\end{pmatrix}_{\mathcal{B}}$ und $\mathbf{u}_3 = \begin{pmatrix}2\\-3\end{pmatrix}_{\mathcal{B}'}$.

a) Berechnen Sie $2\mathbf{u}_1 - 3(\mathbf{u}_2 + 5/2\mathbf{u}_1)$

b) Sei nun $\mathbf{v_1} = \mathbf{v'_1}$ und $\mathbf{v}_2 = \mathbf{v}'_1 - 2\mathbf{v}'_2$. Berechnen Sie $\mathbf{u_1} + \mathbf{u_3}$ und geben Sie das Ergebnis in beiden Basen an.

Anmerkung (07.10.2014): In der ersten Vorlesung fehlte zum Ende eine Information, die zu Beginn der zweiten nachgeholt wird; wenn $\mathcal{B} = \{v_1, \ldots, v_n\}$ eine Basis ist, so bedeutet obige Schreibweise

$$\begin{pmatrix}c_1\\ \vdots \\ c_n\end{pmatrix}_{\mathcal{B}} := c_1\mathbf{v}_1 + \ldots + c_n\mathbf{v}_n.$$