
Klassische Theoretische Physik II
Blatt 10

WS 2011/12

Abgabe: Dienstag, den 20.12.2011 vor 10 Uhr gegenüber dem Prüfungsamt.

Sie dürfen in **Dreiergruppen** abgeben.

Besprechung: Donnerstag, den 22.12.2011 in den Übungsstunden.

Website: <http://thp.uni-koeln.de/~rk/ktpii2011.html>

38. Elektrisches Feld einer bewegten Punktladung (4 Punkte)

Eine Punktladung erzeugt in ihrem Ruhesystem bekanntermaßen ein Coulombfeld. Reproduzieren Sie das elektrische Feld einer bewegten Punktladung (Aufgabe 23) durch Transformation in ein mit $\mathbf{v} = v\mathbf{e}_x$ bewegtes System.

39. Ladungsdichte eines stromführenden Drahts (4 Punkte)

Wir wollen in Anlehnung an die Vorlesung verstehen, wieso ein im Laborsystem stromführender, insgesamt elektrisch neutraler Draht im Ruhesystem der Elektronen geladen erscheint. Als Modell des Drahtes diene dazu eine Kette von einfach positiv geladenen Ionen, die in ihrem Ruhesystem (dem Laborsystem) den Abstand a_0 haben, sowie eine Kette von Elektronen, die in ihrem Ruhesystem den Abstand b_0 haben. Die Relativgeschwindigkeit der Ketten sei v . Berechnen Sie die Linienladungsdichte des Drahts im Ruhesystem der Elektronen unter Verwendung der relativistischen Längenkontraktion, um die Beziehung

$$\lambda' = -\frac{v}{c^2}\gamma I$$

zu zeigen.

Bemerkung: Besonders faszinierend ist die Tatsache, dass die geradezu lächerliche Elektronengeschwindigkeit von etwa 0.1mm/s in Kupfer aufgrund der extrem hohen Ladungsdichte genügt, um einen relativistischen Effekt zu erzielen.

40. $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ -Drift (4 Punkte)

Betrachten Sie ein anfangs ruhendes Teilchen in gekreuzten Feldern $\mathbf{E} = E\mathbf{e}_y$, $\mathbf{B} = B\mathbf{e}_z$. Welche Trajektorie beschreibt ein anfangs ruhendes Teilchen qualitativ? Transformieren Sie hierzu zunächst in ein System, in dem die Bewegung trivial ist, d.h. in dem $\mathbf{E}' = \mathbf{0}$ gilt.

41. Kovariante Formulierung der Elektrodynamik

(4 Punkte)

- a) Drücken Sie $F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$ durch \mathbf{E} und \mathbf{B} aus. Kommt Ihnen der Ausdruck bekannt vor?
- b) Zeigen Sie die sog. Bianchi-Identität

$$\partial_\lambda F_{\mu\nu} + \partial_\mu F_{\nu\lambda} + \partial_\nu F_{\lambda\mu} = 0.$$

Bemerkung: Diese Identität hat eine sehr viel tiefere Bedeutung, als Sie es an dieser Stelle erahnen können. Da die Elektrodynamik eine U(1)-Eichtheorie ist (die reellwertigen Funktionen, mit denen die Potentiale umgeichtet werden, liefern punktweise nach Multiplikation mit i die Lie-Algebra $\mathfrak{u}(1)$), stellen die zur Bianchi-Identität äquivalente Quellfreiheit des magnetischen Felds sowie das Induktionsgesetz eine **geometrische Notwendigkeit** dar. Konsultieren Sie bei Interesse z.B. Nakahara - Geometry, Topology and Physics oder bei geringerer mathematischer Affinität Penrose - The Road to Reality.