Institut für Theoretische Physik
der Universität zu Köln

PD Dr. Rochus Klesse
Moritz Ernst, Daniel Wieczorek

Klassische Theoretische Physik II

Blatt 13

WS 2011/12

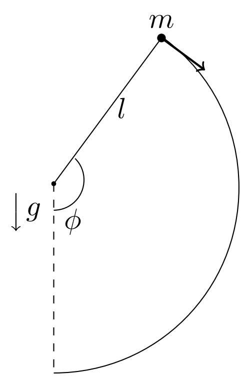
Abgabe: Dienstag, den 24.01.2012 vor 10 Uhr gegenüber dem Prüfungsamt.
Sie dürfen in **Dreiergruppen** abgeben.
Besprechung: Donnerstag, den 26.01.2012 in den Übungsstunden.
Website: http://www.thp.uni-koeln.de/∼rk/ktpii2011.html

53. Pendel *(4 Punkte)*

Eine Masse m sei über eine starre masselose Verbindung der Länge l mit einem Aufhängepunkt verbunden.

a) Geben Sie die Lagrangefunktion, die Hamiltonfunktion sowie die Hamiltonschen Bewegungsgleichungen des Systems an.

b) Skizzieren und diskutieren Sie drei qualitativ unterschiedliche Typen von Phasenraumkurven.

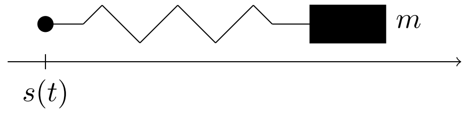


54. Getriebenes Federpendel *(4 Punkte)*

Der Aufhängepunkt $s(t)$ eines Federpendels (Federkonstante k, Masse m) oszilliere harmonisch mit Frequenz Ω,

$$s(t) = a \sin(\Omega\, t).$$

Bestimmen Sie die Hamiltonfunktion des Systems in einer Koordinate Ihrer Wahl und geben Sie eine allgemeine Lösung der Hamiltonschen Gleichungen an (mit $\Omega \neq \omega \equiv \sqrt{\frac{k}{m}}$).



55. Teilchen im Zentralpotential *(4 Punkte)*

a) Bestimmen Sie die Hamiltonfunktion eines Massepunktes im Zentralpotential $V(r)$. Verwenden Sie dazu Kugelkoordianten (r, θ, ϕ).

b) Bestimmen Sie die Hamiltonschen Gleichungen!

c) Wieso können zwei der Anfangsbedingungen (z. B. $p_\phi(0) = 0$ und $\phi(0) = 0$) ohne Beschränkung der Allgemeinheit gewählt werden? Diskutieren Sie, die sich daraus ergebenen Vereinfachungen der Hamiltonschen Gleichungen!

56. Hamiltonfunktionen *(4 Punkte)*

Auf dem letzten Übungszettel wurden für einige mechanische Systeme die Lagrangefunktionen notiert. Bestimmen Sie für die angegebene Auswahl die zugehörigen Hamiltonfunktionen sowie die Hamilton'schen Bewegungsgleichungen.

a)

$$L = \frac{1}{2} m((1 + \cot^2 \alpha)\dot{r}^2 + r^2 \dot{\phi}^2) - mgr \cot \alpha$$

b)

$$L = \frac{m}{2}(1 + 4a^2 r^2)\dot{r}^2 + \frac{m}{2}(\omega^2 - 2ag) r^2$$

c)

$$L = \frac{1}{2} m \dot{\mathbf{q}} \cdot \dot{\mathbf{q}} - e\phi(\mathbf{q}, t) + \frac{e}{c} \dot{\mathbf{q}} \cdot \mathbf{A}(\mathbf{q}, \mathbf{t}).$$

Insbesondere die Hamiltonfunktion aus Aufgabenteil c wird in der Quantenmechanik noch genauer untersucht!