Institut für Theoretische Physik
der Universität zu Köln

PD Dr. Rochus Klesse
Moritz Ernst, Daniel Wieczorek

Klassische Theoretische Physik II

Blatt 14

WS 2011/12

Abgabe: Dienstag, den 31.01.2012 vor 10 Uhr gegenüber dem Prüfungsamt.
Sie dürfen in **Dreiergruppen** abgeben.
Besprechung: Donnerstag, den 02.02.2012 in den Übungsstunden.
Website: http://www.thp.uni-koeln.de/∼rk/ktpii2011.html

0. Klausur 24.02.2012, 15:00 - 18:00, HS I der Chemie *(0 Punkte)*

a) Die Zulassungen werden Ihnen am 02.02.2012 in den Übungsstunden von Ihren Übungsleitern mitgeteilt. Wir werden diese dann am 03.02.2012 an das Prüfungsamt übermitteln. Hiernach müssen Sie sich über KLIPS **selbstständig** für die Klausur anmelden. Ausgenommen sind hier Studenten der ehrenwerten Mathematik, die sich bei uns per Email anmelden müssen.

b) Gegenstand der Klausur sind der Stoff der Vorlesung und der Übungen; Sie sollten zentrale Konzepte und Methoden der Vorlesung kennen und anwenden können. Beachten Sie bei Ihrer Vorbereitung, dass Ihnen für die Bearbeitung der Klausur nur ein begrenzter Zeitrahmen zur Verfügung steht; komplizierte oder langwierige Rechnungen werden daher genausowenig abgefragt wie die Kenntnis von speziellen Tricks vorausgesetzt wird. Verschwenden Sie daher keine Zeit mit dem Auswendiglernen von Rechenwegen.
Bei Fragen sind Sie uns jederzeit herzlichst willkommen (Raum 0.11 im Container, Tel. 470-4402).

0. Feedback *(0 Punkte)*

Wir möchten Sie bitten einen anonymen Zettel mit Lob und/oder Kritik zur Vorlesung, den Übungen, den Übungsleitern, dem Studium oder dem Bundespräsidenten separat abzugeben.

57. Herleitung der Hamiltonschen Gleichungen *(4 Punkte)*

Zeigen Sie mit Hilfe der Variationsrechnung, dass die Hamilton'schen Gleichungen auch direkt aus dem Prinzip der kleinsten Wirkung gefolgert werden können. Betrachten Sie dazu $S[p,q] = \int \left(p\frac{d}{dt}q - H(p,q)\right) dt$ und die Variation $(p,q) \to (p,q) + \epsilon(\xi,\eta)$.

58. Eindimensionale Bewegung *(4 Punkte)*

Wir betrachten die 1-D Bewegung eines Teilchens im Potential $U(q)$.

a) Zeigen Sie, dass die benötigte Zeit, um von q_1 entlang einer Bahn bei Energie E nach q_2 zu gelangen, gegeben ist als

$$t_2 - t_1 = \int_{x_1}^{x_2} \frac{\sqrt{m}\, dq}{\sqrt{2(E - U(q))}}.$$

b) Sei A die von einer Bahn mit Energie E eingeschlossene Fläche. Zeigen Sie, dass die totale Ableitung von A nach E genau die Periodendauer T ergibt, $\frac{dA}{dE} = T$.

c) Zeigen Sie, dass die Bewegungszeit auf einer Separatrix divergiert.

59. Satz von Liouville *(4 Punkte)*

a) Erstellen Sie ein Phasenraumportrait des freien Falls und skizzieren Sie darin das Gebiet $G_0 = [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}] \times [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$ und dessen Bilder $G_1 = \Phi_1(G_0)$ und $G_2 = \Phi_2(G_0)$ unter dem Hamiltonschen Fluss Φ_t zu Zeiten $t = 1$ und $t = 2$. Verwenden Sie Einheiten in denen Masse $m = 1$ und Schwerebeschleunigung $g = 1$. Wie groß ist der Phasenflächeninhalt von G_1 und G_2?

b) Gilt der Satz von Liouville auch für ein mechanisches System mit *zeitabhängiger* Hamiltonfunktion $H(\mathbf{q}, \mathbf{p}, t)$?

60. Massepunkt auf beschleunigt rotierender Stange *(4 Punkte)*

Ein Massepunkt (Masse m) befinde sich auf einer masselosen mit α beschleunigten rotierenden Stange (siehe Skizze). Bestimmen Sie die Lagrangefunktion. Wie lauten die Hamiltonfunktion und die Hamiltonschen Bewegungsgleichungen? Ist die Energie erhalten?