Institut für Theoretische Physik
der Universität zu Köln

PD Dr. Rochus Klesse
Moritz Ernst, Daniel Wieczorek

Klassische Theoretische Physik II

Blatt 7

WS 2011/12

Abgabe: Dienstag, den 29.11.2011 vor 10 Uhr gegenüber dem Prüfungsamt
Besprechung: Donnerstag, den 01.12.2011 in den Übungsstunden
Website: http://www.thp.uni-koeln.de/∼rk/ktpii2011.html

Hinweis: Geben Sie bitte ab sofort **unbedingt** die **Gruppennummer** auf Ihren Abgaben an. Übungen ohne Nummer können wir leider nicht den Gruppen zuordnen.

26. Instabilität des klassischen Atoms *(4 Punkte)*

In einem *klassischen* Wasserstoffatom läuft ein Elektron auf einer annähernd kreisförmigen Bahn vom Radius r mit Winkelfrequenz ω um ein als ortsfest angenommenes Proton. Aufgrund dieser Bewegung strahlt das Elektron beständig Energie in Form elekromagnetischer Wellen ab, verliert deshalb ständig Energie und nähert sich somit dem Proton an. Zeigen Sie, dass das Elektron innerhalb endlicher Zeit in das Proton stürzt. Bestimmen Sie diese Zeit für ein Elektron auf einer anfänglichen Kreisbahn mit Gesamtenergie von $E = -13.6eV$. [Hinweis: Stellen Sie Frequenz ω und Radius r der (annähernden) Kreisbahn des Elektrons als Funktion der (negativen) Gesamtenergie $E \equiv -U$ des Elektrons dar. Beachten Sie dann, dass $U = U(t)$ und $dU(t)/dt$ durch die totale Strahlungsleisung gegeben ist. Letztere bestimmen Sie in Dipolnäherung mit Dipolmoment $p = er$.]

27. Tscherenkow Strahlung *(4 Punkte)*

In der Vorlesung haben Sie die retardierte Zeit als Nullstellen der Retardierungsbedingung $f_{\mathbf{r}}(t') = t - t' - \frac{|\mathbf{r}-\mathbf{w}(t')|}{c'}$ kennengelernt. Für gleichförmige Bewegungen mit Geschwindigkeit $\mathbf{v}$ und $\tilde{\mathbf{R}} = \mathbf{r} - \mathbf{v}t$ vereinfacht sich diese zu

$$(t-t')^2(c'^2 - v^2) - 2\tilde{\mathbf{R}} \cdot \mathbf{v}(t-t') - \tilde{\mathbf{R}}^2 = 0.$$

Machen Sie sich klar, dass diese Gleichung gelöst wird durch

$$(t-t') = (c'^2 - v^2)^{-1} \left(\tilde{\mathbf{R}} \cdot \mathbf{v} \pm |\tilde{\mathbf{R}}|\, c' \,(1 - \frac{v^2}{c'^2} \sin^2(\theta))^{\frac{1}{2}} \right).$$

θ ist der Winkel zwischen $\tilde{\mathbf{R}}$ und $\mathbf{v}$. In Aufgabe 23 haben Sie bereits gezeigt, dass für $v < c$, die durch diese Bedingung erhaltenen Felder keine Energie abstrahlen. Sie sollen sich nun den umgekehrten Fall genauer anschauen.
Auf den ersten Blick widerspricht dieser Fall der Relativitätstheorie, es ist jedoch möglich, dass die reale Lichtgeschwindigkeit c' in einem Medium unter der absoluten Lichtgeschwindigkeit c liegt. Dies ist zum Beispiel in Wasser der Fall. Treten zum Beispiel durch radioaktiven Zerfall sehr schnelle Elektronen in das Kühlwasser eines Kernreaktors, leuchtet dieses bläulich. Dieser Effekt wird Tscherenkow-Strahlung genannt.

Untersuchen Sie nun, welche Werte für θ sind erlaubt? Wie verhalten sich demnach die Lienard-Wichert-Potentiale? (Sie brauchen diese nicht explizit anzugeben.)

28. Galilei-Varianz der Wellengleichung *(4 Punkte)*

Wir betrachten die eindimensionale Wellengleichung

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\Phi = 0\,.$$

Zeigen Sie, dass diese Gleichung unter Galilei-Transformation

$$x \mapsto x' = x - vt \qquad , \qquad t \mapsto t' = t$$

die Form

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x'^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t'^2} \;-\; \frac{v^2}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial x'^2} + 2\frac{v}{c^2}\frac{\partial}{\partial x'}\frac{\partial}{\partial t'}\right)\Phi' = 0$$

annimmt. Offenbar hat sich die Wellengleichung unter Galilei-Transformation in eine andere Gleichung verwandelt. Wie lauten die Lösungen dieser Gleichung?

29. Inertialsysteme *(4 Punkte)*

Ein Raumschiff der Ruhelänge L bewege sich relativ zu einem inertialen Beobachter K geradlinig-gleichförmig mit Geschwindigkeit $\mathbf{v} = \frac{1}{2}c\,\hat{\mathbf{x}}$. Im Raumschiff werde ein Lichtblitz vom Heck Richtung Bug (positive **x**-Richtung) abgefeuert (Ereignis A), am Bug reflektiert (Ereignis B) und im Heck wieder registriert (Ereignis C). Das Inertialsystem, in dem das Raumschiff ruht, sei K'.

a) Stellen Sie die Ereignisse A, B und C graphisch in einem Ort-Zeit-Diagramm bzg. des Raumschiffsystems K' dar. Wählen Sie den Ursprung so, dass $t'_A = 0$ und $x'_A = 0$.

b) Zeichnen Sie nun die Ereignisse A, B und C in einem Ort-Zeit-Diagramm bzg. des Beobachtersystems K ein. Wählen Sie den Ursprung wieder so, dass $t_A = 0$ und $x_A = 0$.

c) Welche Zeitdauern vergehen zwischen den Ereignissen A und C in K bzw. in K'?