Institut für Theoretische Physik
der Universität zu Köln

PD. Dr. R. Klesse
Jochen Peschutter

Mathematische Methoden – Blatt 1

Sommersemester 2014

Webpage: *http://www.thp.uni-koeln.de/~rk/mathmeth2014.html/*

Abgabe bis Dienstag, den 15.04.2014, 12:00 in den entsprechenden Briefkasten vor dem Eingang des Instituts für Theoretische Physik.

Es sind Gruppenabgaben von bis zu drei Personen erlaubt. Bitte schreiben Sie leserlich und heften Sie Ihre Abgabe am oberen linken Rand zusammen. Versehen Sie Ihre Abgaben mit Ihren Namen sowie dem Namen Ihres Übungsgruppenleiters. Bitte beachten Sie die Hinweise zum Übungsbetrieb auf der oben genannten Homepage zur Vorlesung.

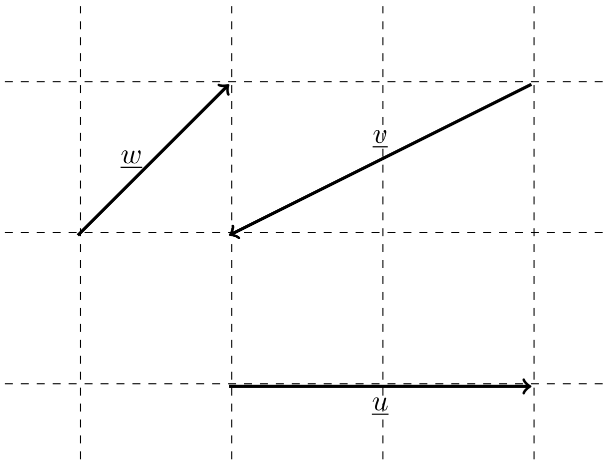
1. Vektoraddition I

4+4=8 Punkte

Die in der nebenstehenden Abbildung gezeigten Pfeile $\underline{u}$, $\underline{v}$ und $\underline{w}$ symbolisieren Vektoren, die hier als Parallelverschiebungen zu interpretieren sind. Skizzieren Sie folgende Linearkombinationen von $\underline{u}$, $\underline{v}$ und $\underline{w}$:

a) $\underline{u}+\underline{v}$, $\quad \underline{u}+\underline{w}$, $\quad \underline{u}-\underline{v}$, $\quad \underline{v}-\underline{w}$,

b) $\underline{u}+\underline{w}+\underline{v}$, $\quad -2\underline{w}$, $\quad \frac{1}{2}\underline{u}$,
$2\underline{w}+3(\underline{u}+\underline{v}+\frac{1}{3}\underline{w})$.

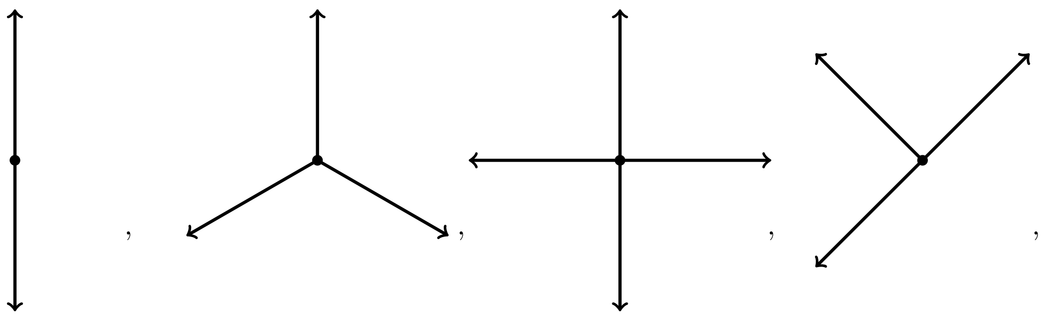


2. Vektoraddition II

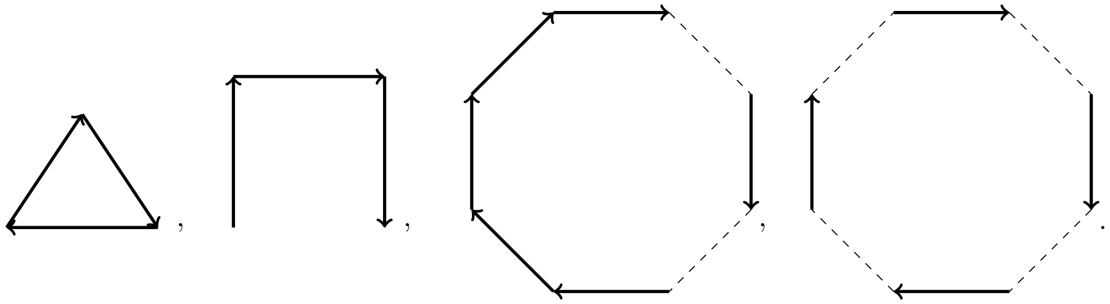
4+4=8 Punkte

Skizzieren Sie jeweils die Summe aller in einer Figur abgebildeten Vektoren:

a)



b)



3. Rechnen mit Vektoren

3+3=6 Punkte

$\underline{u}$, $\underline{v}$ und $\underline{w}$ seien nun *beliebige* Vektoren, α, β positive reelle Zahlen. Vereinfachen Sie folgende Linearkombinationen soweit wie möglich:

a) $2\alpha\underline{u} + \frac{1}{4\alpha}(2\underline{v} - 8\alpha^2\underline{u}), \quad (\alpha+\beta)^2\underline{u} + 4\alpha(\underline{w} - \beta\underline{u}) - (\alpha-\beta)^2\underline{v},$

b) $2(\underline{u} - 2(\underline{v} - 2(\underline{w} + \frac{1}{2}\underline{v} - \frac{1}{2^2}\underline{u}))), \quad (\alpha-\beta)\underline{u} + \sqrt{\alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2}(\underline{v} + \underline{u}).$

4. Basisvektoren

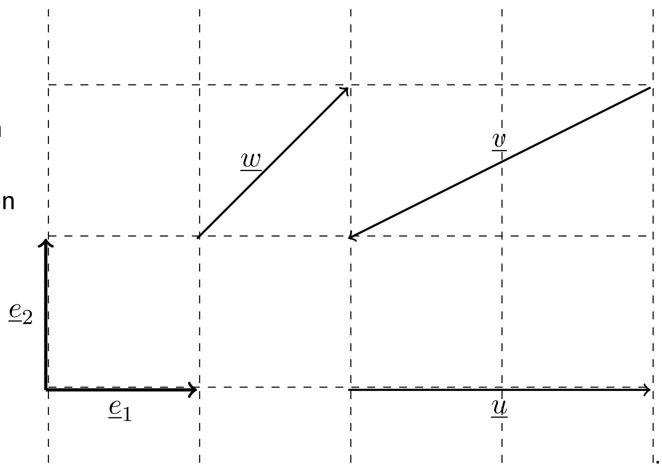
4+4=8 Punkte

$\underline{e}_1$ und $\underline{e}_2$ seien die in der nebenstehenden Abbildung skizzierten Vektoren.

a) Schreiben Sie die ebenfalls dargestellten Vektoren $\underline{u}$,$\underline{v}$ und $\underline{w}$ als Linearkombinationen der Vektoren $\underline{e}_1$ und $\underline{e}_2$.
Wie lauten demnach jeweils die Komponenten der Vektoren $\underline{u}$,$\underline{v}$ und $\underline{w}$ bzgl. der Basis $\mathcal{B} := (\underline{e}_1, \underline{e}_2)$?

b) Skizzieren Sie folgende Vektoren:

$$\underline{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}}, \quad \underline{y} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}}, \underline{z} = \underline{e}_1 + 2\underline{e}_2.$$



5. Basisdarstellung

4+3+3=10 Punkte

$\mathcal{B} = (\underline{e}_1, \underline{e}_2)$ sei Basis eines zweidimensionalen Vektrorraums. Zwei weitere Vektoren $\underline{f}_1$ und $\underline{f}_2$ seien gegeben durch

$$\underline{f}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}}, \quad \underline{f}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}}.$$

a) Schreiben Sie $\underline{e}_1$ und $\underline{e}_2$ jeweils als Linearkombination der Vektoren $\underline{f}_1$ und $\underline{f}_2$. Wie lauten demnach die Komponenten und die Komponentendarstellung der Vektoren $\underline{e}_1$ und $\underline{e}_2$ bzgl. der Basis $\mathcal{B}' = (\underline{f}_1, \underline{f}_2)$?

b) Schreiben Sie die Vektoren $\underline{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}}$, $\underline{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}}$, $2\underline{u} + \underline{v}$ in Komponentendarstellung bzgl. $\mathcal{B}'$.

c) Schreiben Sie die Vektoren $\underline{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}'}$, $\underline{y} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}'}$, $\underline{x} - \frac{1}{2}\underline{y}$ in Komponentendarstellung bzgl. $\mathcal{B}$.