Mathematische Methoden

Themen:

- Vektoren
- Koordinatensysteme
- Analysis: Funktion, Ableitung, Integral
- komplexe Zahlen
- Differenzialgleichungen
- mehrdimensionale Analysis
- Vektoranalysis

wir benötigen Mathematik da

1. Physik quantitative Wissenschaft

2. physikalische Konzepte und Theorien i.d.R. nur mittels mathematischer Begriffe und Strukturen formuliert werden können

Beispiele: Newtonsche Dynamik und Gravitation, Elektrodynamik, 4D-Raumzeit in SRT und ART, quantenmechanischer Zustand, q.m. Verschränkung, Entropie.

<u>Literatur:</u>

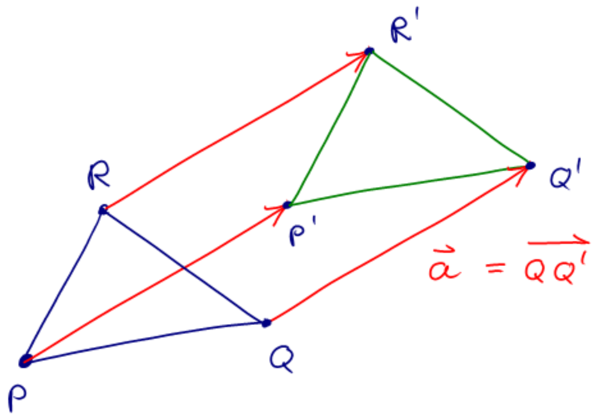
- Arens, Hettlich, Karpfinger, Kockelkorn, Lichtenegger, Stachel: <u>Mathematik</u> (Spektrum)

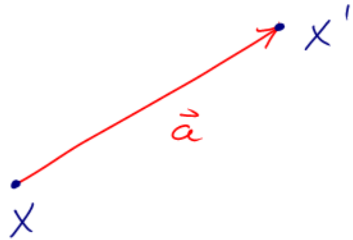
- Jänich: <u>Mathematik</u> 1 / 2, <u>geschrieben für Physiker</u> (Springer)

- Altland, von Delft: <u>Mathematics for Physicists</u> (Cambridge)

Vektor, Vektorraum, Euklidischer Raum

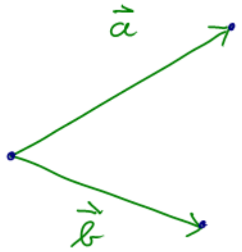
Translation ($\equiv$ Parallelverschiebung) als Prototyp eines Vektors:

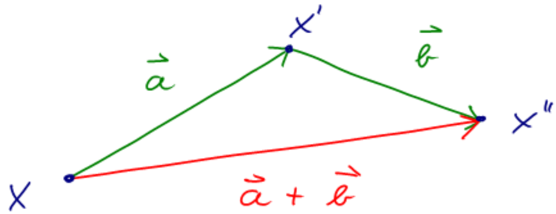




(d.h. $\vec{a} = \overrightarrow{QQ'} = \overrightarrow{PP'} = \overrightarrow{RR'} = \overrightarrow{XX'} = \dots$)

<u>Addition</u> „+" := Hintereinanderausführung :



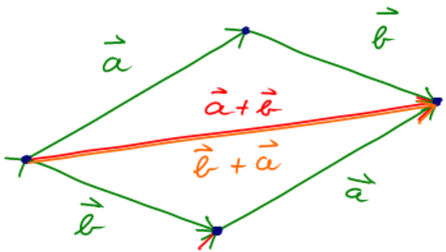


d.h. $\vec a = \overrightarrow{XX'}$, $\vec b = \overrightarrow{X'X''}$

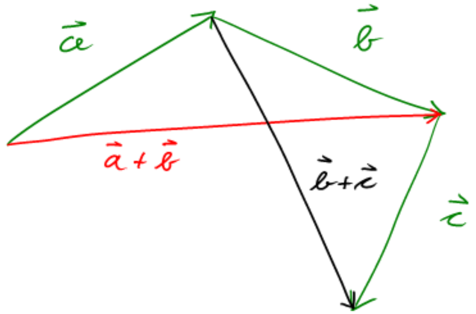
$\rightarrow \quad \vec a + \vec b = \overrightarrow{XX''}$

die Addition ist <u>kommutativ</u>:

$$\boxed{\vec a + \vec b \overset{!}{=} \vec b + \vec a}$$



die Addition ist <u>assoziativ</u>:



$$\boxed{(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c} \overset{!}{=} \vec{a}+(\vec{b}+\vec{c})}$$

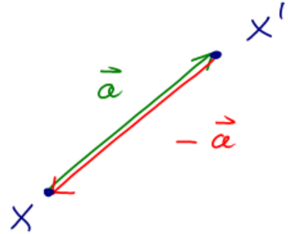
$$= \vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$$

<u>Null-Translation</u> $\vec{o} := \overrightarrow{XX}$ erfüllt für beliebige $\vec{a}$:

$$\boxed{\vec{a}+\vec{o} \overset{!}{=} \vec{a}}$$

die <u>inverse Translation</u> zu $\vec{a} = \overrightarrow{XX'}$ ist

$$-\vec{a} := \overrightarrow{X'X}$$



erfüllt $\vec{a} + (-\vec{a}) = \overrightarrow{XX'} + \overrightarrow{X'X} = \overrightarrow{XX} = \vec{o}$

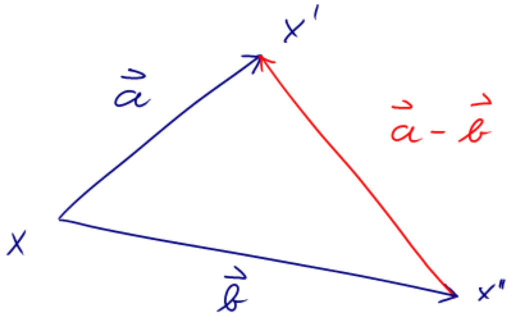
$$\boxed{\vec{a} + (-\vec{a}) = \vec{o}}$$

Konvention: statt $+(-\vec{a})$ schreibe $-\vec{a}$

→ <u>Subtraktion</u>: $\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$

geometrisch:

Subtraktion zweier Translationen:



$$\vec{a} - \vec{b} = \overrightarrow{X''X'}$$

denn $\vec{b} + (\vec{a} - \vec{b}) = \vec{a} + \underbrace{\vec{b} + (-\vec{b})}_{= \vec{o}} = \vec{a} + \vec{o} = \vec{a}$ ✓

Eigenschaften der Addition von Translationen:

(A1) Assoziativität: $\vec{a} + (\vec{b} + \vec{c}) = (\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c}$

(A2) Existenz einer Null $\vec{o}$ (neutrales Element):

$$\vec{a} + \vec{o} = \vec{a}$$

(A3) Existenz der inversen Translation $(-\vec{a})$:

$$\vec{a} + (-\vec{a}) = \vec{o}$$

(A4) Kommutativität: $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$

- (A1) – (A3) gleichbedeutend mit: "Translationen mit Addition bilden eine Gruppe."
- aufgrund (A4) (Kommutativität) ist die Gruppe "abelsch" (nach Niels Henrik Abel (1802–1829))