Anwendung der Integralsätze von Gauß und Stokes:

Magnetostatik:

elektrische Stromdichte $\longrightarrow$ Magnetfeld

$\vec{j}(\vec{r})$ $\qquad\qquad$ $\vec{B}(\vec{r}) = ?$

Gaußsches Gesetz: $\boxed{\operatorname{div}\vec{B} \overset{!}{=} 0}$ „das Magnetfeld ist quellenfrei"

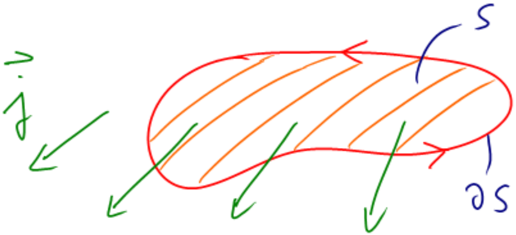
Ampèresches Gesetz: $\boxed{\operatorname{rot}\vec{B} \overset{!}{=} \mu_0 \vec{j}}$ „elektr. Ströme erzeugen ein magnetisches (Wirbel-)Feld"

($\mu_0 \approx 1{,}26 \cdot 10^{-6} \frac{Vs}{Am}$: magnet. Feldkonstante) oft hilfreich: Gaußsches und Ampèresche Gesetz in integraler Form:

Gauß: $\boxed{\mathrm{div}\,\vec B \overset{!}{=} 0}$ $\Longleftrightarrow$ $\boxed{\int_{\partial V} \vec B \, d\vec f \overset{!}{=} 0}$

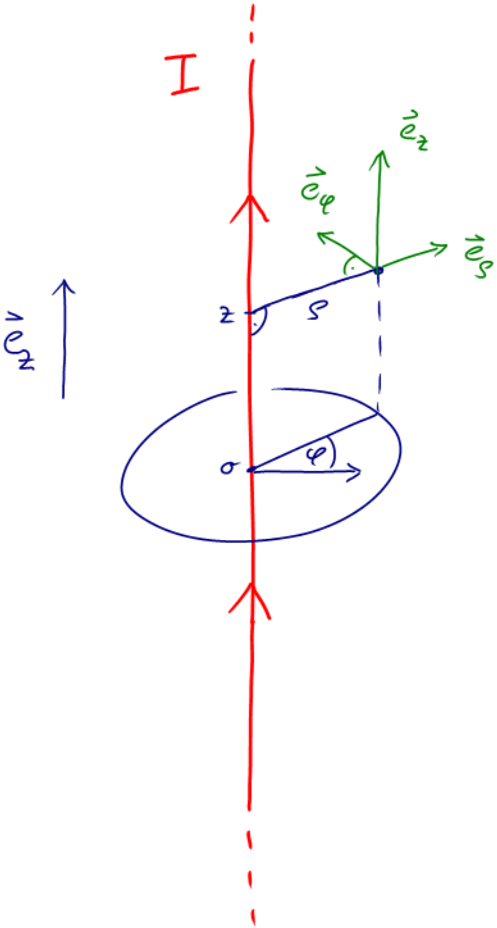
$$0 \overset{!}{=} \int_V \mathrm{div}\,\vec B \, dV \overset{\text{S.v. Gauß}}{=} \int_{\partial V} \vec B \, d\vec f$$

Ampère: $\boxed{\mathrm{rot}\,\vec B \overset{!}{=} \mu_0 \vec j}$ $\Longleftrightarrow$ $\boxed{\int_{\partial S} \vec B \, d\vec l \overset{!}{=} \mu_0 I_S}$



$$\mu_0 I_S = \int_S \mu_0 \vec j \, d\vec f \overset{!}{=} \int_S \mathrm{rot}\,\vec B \, d\vec f \overset{\text{Stokes}}{=} \int_{\partial S} \vec B \, d\vec l$$

Beispiel: Welches Magnetfeld erzeugt ein langer, gerader, stromführender Draht?



symmetrierespektierender Ansatz:

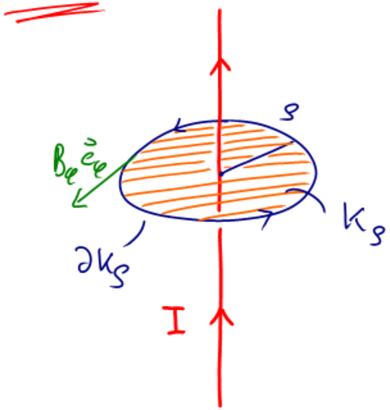
$$\boxed{\vec{B}(\varrho,\varphi,\cancel{z}) = B_\varrho(\varrho)\,\vec{e}_\varrho + B_\varphi(\varrho)\,\vec{e}_\varphi + B_z(\varrho)\,\vec{e}_z} \quad (*)$$

→ Bestimmung von $B_\varrho(\varrho)$, $B_\varphi(\varrho)$ und $B_z(\varrho)$ mittels Gesetzen von Gauß und Ampère

→

$B_\varphi(\varrho)$:

Ampère: $\mu_0 I \overset{!}{=} \int_{\partial K_\varrho} \vec{B}\, d\vec{\ell} \underset{(*)}{=} 2\pi\varrho\, B_\varphi(\varrho)$

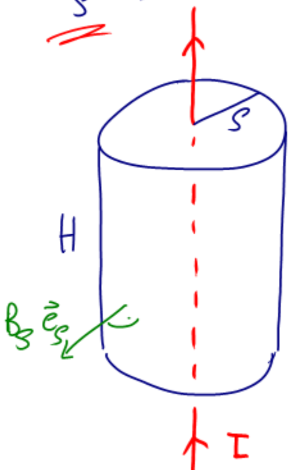


$\longrightarrow$ $\boxed{B_\varphi(\varrho) = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \cdot \frac{1}{\varrho}}$

$B_\varrho(\varrho)$:

V = Vollzylinder, Radius ϱ, Höhe H

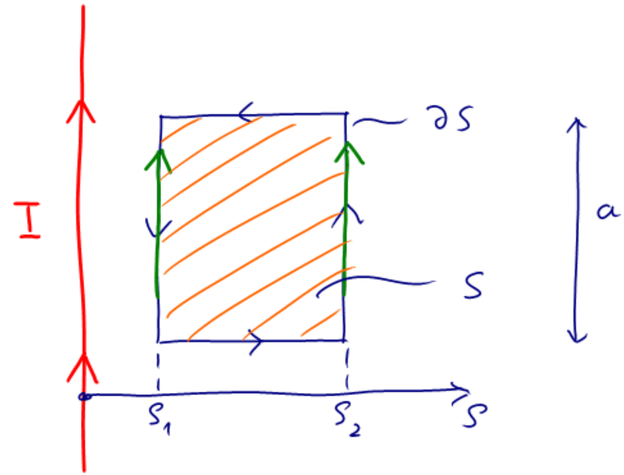
Gauß : $0 \overset{!}{=} \int_{\partial V} \vec{B}\, d\vec{f} \underset{(*)}{=} 2\pi\varrho H B_\varrho(\varrho)$



$\longrightarrow$ $\boxed{B_\varrho(\varrho) = 0}$

$B_z(s)$:

Ampère : $0 = \mu_0 I_S \overset{!}{=} \int_{\partial S} \vec B \, d\vec l \underset{(*)}{=} a\left(B_z(s_2) - B_z(s_1)\right)$



$\Rightarrow \quad B_z(s) = \text{konst.}$

falls $\quad \lim_{s \to \infty} |\vec B(s, \varphi)| = 0$

$\rightarrow \quad B_z(s) = 0$

Magnetfeld des Strom I führenden Drahts :

$$\boxed{\vec B(s, \varphi) = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{1}{s} \vec e_s}$$

insbes. : $\quad |\vec B| \sim \frac{1}{s}$