Institut für Theoretische Physik
der Universität zu Köln

PD. Dr. R. Klesse
Jochen Peschutter

Mathematische Methoden – Lehramt GymGe/BK – Blatt 4

Wintersemester 2014

Webpage: *http://www.thp.uni-koeln.de/~rk/mathmethLA2014.html/*

Abgabe bis Dienstag, den 04.11.2014, 12:00 in den entsprechenden Briefkasten vor dem Eingang des Instituts für Theoretische Physik.

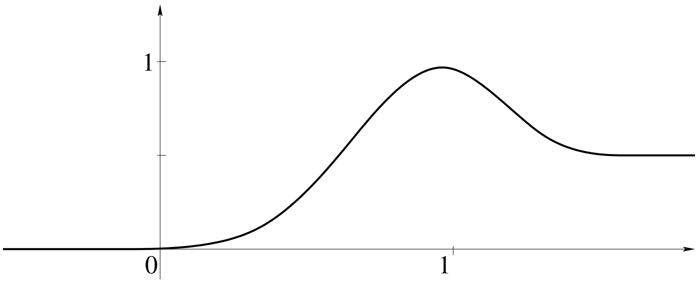
12. Ableitung

1+1+4+4+4=14 Punkte

a) Wie ist die Ableitung einer Funktion f definiert?

b) Welche geometrische Bedeutung hat die Ableitung f' hinsichtlich des Graphen von f?

Das Diagramm zeigt den Graphen der Funktion f.



c) Skizzieren Sie den Graphen der Ableitung f' von f.

d) Skizzieren Sie den Graphen einer Funktion F, dessen Ableitung F' die Funktion f ergibt.

e) Berechnen Sie nun jeweils die erste Ableitung folgender Funktionen nach x:

$$\sqrt{4x}, \qquad \cos((1-x)(1+x))\sin(x^2-1),$$

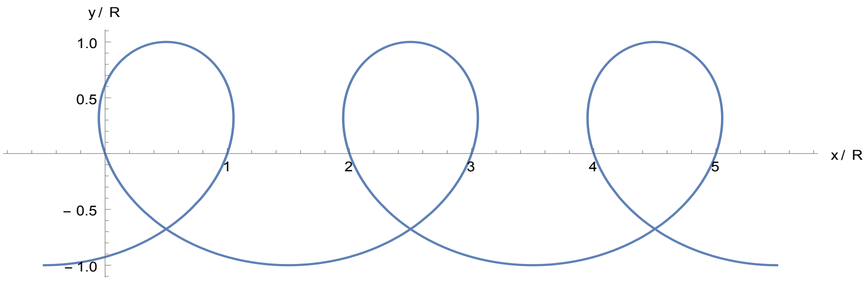
$$\frac{2\ln(\sqrt{x-2})}{(x-2)^2}, \qquad e^{-2x^{3/4}} \cdot e^{6x^{3/4}}.$$

Hierbei ist es natürlich hilfreich, die Ausdrücke vor dem Ableiten soweit wie möglich zu vereinfachen.

13. Bahn eines Teilchens

6+4+3=13 Punkte

Gegeben sei nebenstehende Bahnkurve eines Teilchens in der xy-Ebene. Für die Teilchenbahn gelte $\underline{r}(0) = (1,0)$ und $\underline{r}(T) = (3,0)$. Hierbei ist T ein fest gewählter reeller Parameter. Alle übrigen Informationen sind in der Skizze enthalten.



a) Finden Sie eine Teilchenbahn $\underline{r}(t)$ passend zur skizzierten Bahnkurve. (Tipp: Überlagerung einer gleichförmig-geradlinigen Bewegung und einer kreisförmigen Bewegung.)

b) Berechnen Sie $\underline{v}(t)$ und $\underline{a}(t)$ entlang dieser Bahnkurve.

c) Berechnen Sie $\underline{v}(t)$ und $\underline{a}(t)$ zur Zeit $t = T/2$ und zeichnen Sie beide Vektoren in eine entsprechende Skizze.

14. Bahnkurven

5+8=13 Punkte

a) In der Vorlesung haben Sie Polarkoordinaten kennengelernt. Geben Sie die Ausdrücke für die ortsabhängigen Basisvektoren $\underline{e}_r$ und $\underline{e}_\phi$ an und zeigen Sie ganz allgemein, dass es sich hierbei tatsächlich um eine ONB handelt. Fertigen Sie eine Skizze von $\underline{e}_r$ und $\underline{e}_\phi$ an den Punkten (r, ϕ) mit $r = 1$, 2 und $\phi = \frac{\pi}{4}$, π, $\frac{11\pi}{6}$ an, um sich zu vergewissern, dass dies auch an inbesondere diesen sechs Punkten gilt.

b) Untenstehende Ausdrücke beschreiben jeweils eine ebene Teilchenbahn in Polarkoordinaten. Skizzieren Sie jeweils die Bahnkurve und berechnen Sie außerdem jeweils $\underline{v}(t)$ und $\underline{a}(t)$ und zeichnen Sie $\underline{v}(1)$ und $\underline{a}(1)$ in Ihre Skizze.

$$r(t) = R, \quad \phi(t) = \omega t; \qquad\qquad r(t) = vt, \quad \phi(t) = \alpha;$$

$$r(t) = R, \quad \phi(t) = \frac{1}{2}\chi t^2; \qquad\qquad r(t) = \frac{1}{2}bt^2, \quad \phi(t) = \frac{3\pi}{2};$$

$$r(t) = \frac{1}{2}bt^2, \quad \phi(t) = \omega t.$$