Zusammenfassung:

Harmonischer Oszillator mit periodischer externer Kraft

$$\boxed{\ddot{x} + \gamma \dot{x} + \omega^2 x = f_0 \cos(\Omega t)}$$

$$\omega = \sqrt{k/m}$$

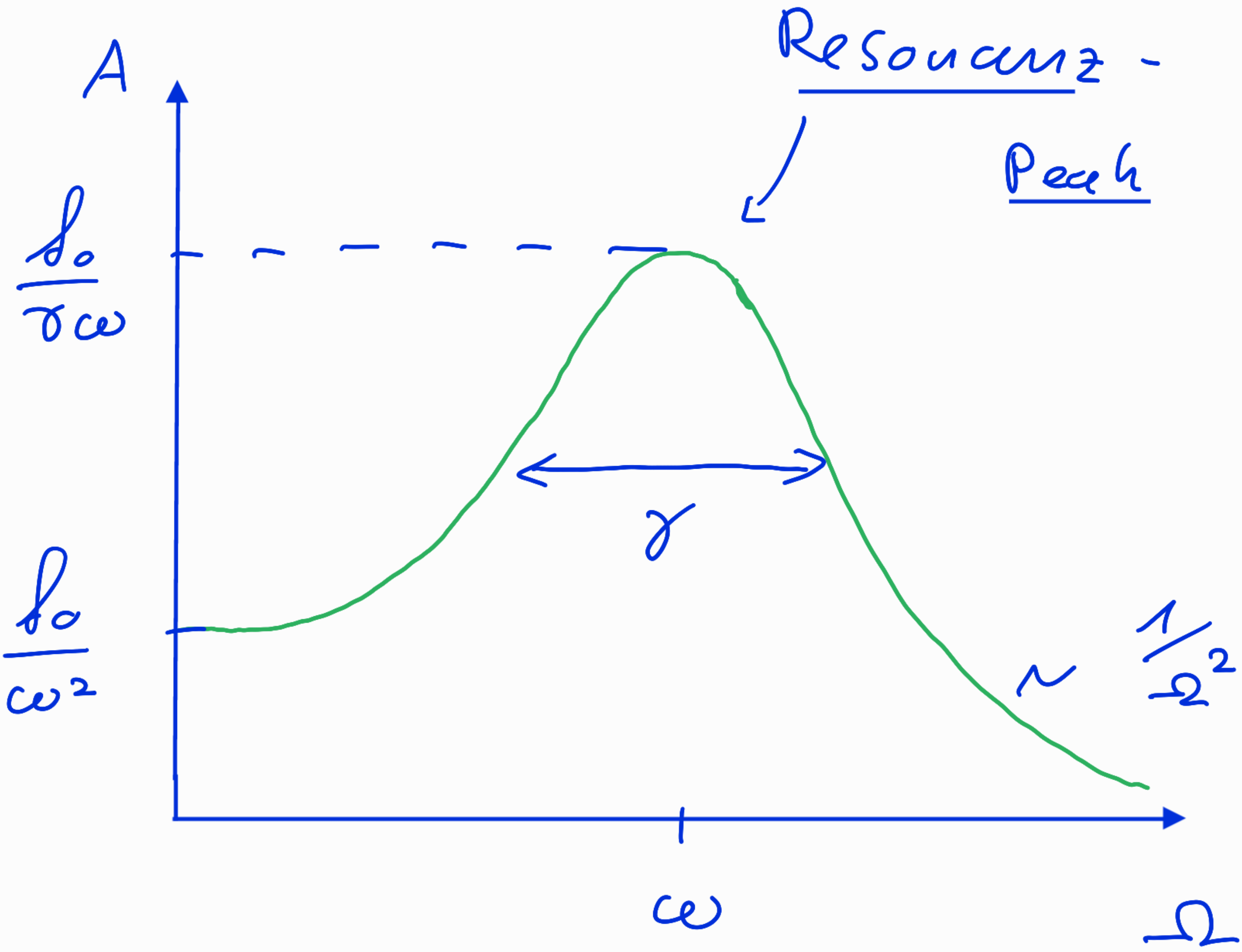
- Ansatz: $z_s(t) \overset{!}{=} a e^{i\Omega t}$

$$\Rightarrow \quad a = \frac{f_0}{\omega^2 - \Omega^2 + i\gamma\Omega}$$

$$\Rightarrow \quad x_s(t) = \operatorname{Re} z_s(t) = A \cos(\Omega t - \varphi)$$

$$A = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega^2-\Omega^2)^2 + \gamma^2\Omega^2}}$$

$$\varphi = \arctan \frac{\gamma\Omega}{\omega^2 - \Omega^2}$$



$$\boxed{\frac{A_{max}}{A_0} = \frac{\omega}{\gamma}}$$: Gütefaktor

DGL: numerische Lösung mittels

Euler-Iteration

DGL: $\dot{x}(t) \overset{!}{=} f(x(t))$

$$\frac{1}{\Delta t}\left(x(t+\Delta t) - x(t)\right) \overset{!}{=} f(x(t))$$

Δt klein, aber endlich!

$$\boxed{x(t+\Delta t) = x(t) + f(x(t))\,\Delta t}$$

$\rightsquigarrow$ Euler Iteration:

$$x(t_0) = x_0$$

$$x(t_0+\Delta t) = x(t_0) + f(x(t_0)\Delta t$$

$$x(t_0+2\Delta t) = x(t_0+\Delta t) + f(t_0+\Delta t)\Delta t$$

$$\vdots$$

per Computer!

python

DGL 2. Ordnung:

$$\ddot{x} = f(x, \dot{x}, t)$$

(z.B. $f(x, \dot{x}) = -\frac{k}{m} x - \gamma \dot{x}$)

Trick:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = v(t) \\ \dot{v}(t) = f(x(t), v(t), t) \end{cases}$$

Zwei DGLen 1. Ordnung für $x(t)$ und $v(t)$!

→ Lösung mittels Euler-Int. !