

---

## Theoretische Physik I – Mechanik – Blatt 10

---

Sommersemester 2016

Webpage: <http://www.thp.uni-koeln.de/~rk/mechanik2016.html/>

Abgabe bis Dienstag, den 28.06.2016, 13:00 in den Briefkasten vor dem Eingang des Instituts für Theoretische Physik.

Es sind Gruppenabgaben von bis zu drei Personen erlaubt. Bitte schreiben Sie leserlich und heften Sie Ihre Abgabe am oberen linken Rand zusammen. Versehen Sie Ihre Abgaben mit Ihren Namen sowie dem Namen Ihres Übungsgruppenleiters. Bitte beachten Sie die Hinweise zum Übungsbetrieb auf der oben genannten Homepage zur Vorlesung.

### 36. Eichfreiheit der Lagrange-Funktion

In dieser Aufgabe wollen wir uns vergewissern, dass die typische Lagrange-Funktion der klassischen Mechanik  $L(q(t), \dot{q}(t), t)$  unter gewissen Transformationen, den Eichtransformationen, auf dieselben physikalischen Bahnkurven, also Lösungen der ELG, führt.

- Zeigen Sie, dass für eine beliebige konstante Zahl  $c \in \mathbb{C}$  die Lagrange-Funktionen  $L(q(t), \dot{q}(t), t)$  und  $cL(q(t), \dot{q}(t), t)$  auf dieselben ELG und somit Bahnkurven führen.
- Zeigen Sie nun, dass  $L(q(t), \dot{q}(t), t)$  und  $L(q(t), \dot{q}(t), t) + \frac{d}{dt}F(q(t), t)$  ebenfalls auf dieselben ELG und somit Bahnkurven führen. Dies hat insbesondere praktische Relevanz, da Sie daher beim Aufstellen der Lagrange-Funktion für ein beliebiges System Terme der Form  $\frac{d}{dt}F(q(t), t)$  weglassen dürfen, also bspw.  $\frac{d}{dt}q(t) = \dot{q}(t)$ . Gilt das auch für den Term  $q(t)\dot{q}(t)$ ?

### 37. Mathematisches Pendel mit Federkopplung

Wir betrachten wiederum das Mathematische Pendel. In dieser Aufgabe sei es außerdem mit einer (masselosen) Feder mit Federkonstante  $D$  gekoppelt, die genau horizontal an der Punktmasse des Pendels angebracht ist. Die Ruhelage des gekoppelten Systems entspreche der Ruhelage des ungekoppelten Pendels. Diskutieren Sie das System für den Fall kleiner Auslenkungen mithilfe des Lagrange-Formalismus (Skizze, Lagrange-Funktion, ELG, Lösungen/physikalische Bahnkurven).

### 38. Mathematisches Pendel mit Feder statt Stab

Diskutieren Sie nun ebenso das Mathematische Pendel, bei welchem der masselose Stab durch eine masselose Feder mit Federkonstante  $D$  ersetzt worden ist. Die Feder sei flexibel in der longitudinalen Richtung, aber starr in der transversalen Richtung.

### 39. Sisyphos-Pärchen

Betrachten wir zwei Punktteilchen jeweils mit Masse  $m$ , die über eine hinreichend lange, masselose Feder mit Federkonstante  $D$  verbunden sind und sich im als homogen angenommenen Schwerfeld der Erde bewegen.

- Beide Punktmassen mögen sich erst einmal reibungsfrei auf einer horizontalen Linie bewegen. Diskutieren Sie das System wie in den vorherigen Aufgaben.

- b) Statt auf einer horizontalen Linie bewegen sich die beiden Punktmassen nun auf einer bergkuppenartigen Linie mit betragsmäßig gleicher Steigung auf beiden Seiten des Knicks in der Mitte. D.h. die linke Masse bewege sich auf dem geraden Teilstück der Linie mit Steigung  $m > 0$ , während sich die rechte Masse auf dem geraden Teil mit Steigung  $-m$  bewege. Die Feder möge beide Massen trotzdem auf direktem Weg verbinden, also unabhängig von der Linie/Kuppe. Diskutieren Sie das System wie in den vorherigen Aufgaben und beachten Sie hierbei den Einfluss der Wahl des Parameters  $m$ .