
Theoretische Physik I – Mechanik – Blatt 6

Sommersemester 2016

Webpage: <http://www.thp.uni-koeln.de/~rk/mechanik2016.html/>

Abgabe bis Dienstag, den 31.05.2016, 13:00 in den Briefkasten vor dem Eingang des Instituts für Theoretische Physik.

Es sind Gruppenabgaben von bis zu drei Personen erlaubt. Bitte schreiben Sie leserlich und heften Sie Ihre Abgabe am oberen linken Rand zusammen. Versehen Sie Ihre Abgaben mit Ihren Namen sowie dem Namen Ihres Übungsgruppenleiters. Bitte beachten Sie die Hinweise zum Übungsbetrieb auf der oben genannten Homepage zur Vorlesung.

20. Absturz

Als Verallgemeinerung des Keplerpotentials betrachten wir in dieser Aufgabe die Bahnkurven eines Massenpunktes unter dem Einfluss des Potentials ($\alpha > 0$)

$$V(r) = -\frac{\alpha}{r^n}.$$

Für $n = 1$ entspricht dies dem Keplerpotential und Ihnen ist bekannt, dass in diesem Fall ein Massenpunkt mit Drehimpuls verschieden von Null nicht ins Kraftzentrum bei $r = 0$ stürzt.

- Für welche Werte $n > 1$ gilt die letzte Aussage nicht?
- Wie oft läuft der Massenpunkt in diesen Fällen um das Kraftzentrum, bevor er es erreicht? Wie viel Zeit benötigt er hierfür?
- Berechnen Sie auch die Geschwindigkeit und Winkelgeschwindigkeit des Massenpunktes bei Erreichen des Kraftzentrums.

21. Periheldrehung

1

Wir betrachten noch einmal das Keplerpotential $V(r) = -\frac{\alpha}{r}$ mit $\alpha > 0$. Für geschlossene Bahnkurven ist der Ort der größten Annäherung an das Kraftzentrum bei $r = 0$, das *Perihel*, ortsfest. Berücksichtigt man allerdings kleine Korrekturen, die beispielsweise von der Anwesenheit zusätzlicher Massen herrühren können, gilt dies nicht mehr – das Perihel wandert dann bei jedem Umlauf um einen festen Winkel um das Kraftzentrum.

- Berechnen Sie die Periheldrehung für eine Korrektur zum Keplerpotential von $-\frac{\epsilon}{r^2}$, indem Sie das Integral aus Aufgabe 15. lösen und somit die allgemeine Form einer geschlossenen Bahnkurve $r(\phi)$ berechnen.
- Vergleichen Sie Ihre Lösung mit der Lösung für das reine Keplerpotential ($\epsilon = 0$) und diskutieren Sie, was sich für $\epsilon > 0$ ändert bzw. wie schnell das Perihel für $\epsilon > 0$ wandert.

22. Trägheitskräfte

Trägheitskräfte sind Kräfte, die sich lokal (also in einem hinreichend kleinen Bereich des Raumes) mit einer entsprechend gewählten Transformation des Bezugssystems wegtransformieren lassen, unabhängig davon, welche Art von Teilchen sich in diesem Gebiet befinden. Aus diesem Grund heißen Trägheitskräfte auch *Scheinkräfte*.

- a) Stellen Sie sich ein Punktteilchen der Masse m vor, das kräftefrei im leeren Raum ist. Geben Sie die Bewegungsgleichung für das Punktteilchen in einem Inertialsystem an und diskutieren Sie ihre Lösungen.
- b) Nun betrachten wir dasselbe Teilchen von einem konstant beschleunigten Bezugssystem aus. Stellen Sie sich hierfür einfach eine (masselose) Raumfähre um das Teilchen vor, das mit der konstanten Beschleunigung a beschleunigt. Stellen Sie wieder die Bewegungsgleichung auf – nun aber für einen Beobachter der innerhalb der Raumfähre ruht – und diskutieren Sie wieder die Lösungen.
- c) Die Raumfähre ist zwischenzeitlich auf einen fernen Planeten gelandet, dessen Schwerebeschleunigung am Landeplatz zufällig auch gerade a ist. Wie lautet jetzt die Bewegungsgleichung des Teilchens, die der in der gelandeten Raumfähre ruhende Beobachter aufstellt?
- d) Kann der Beobachter in der Raumfähre feststellen, wenn er nicht nach außen gucken kann, welche der beiden Situationen b) oder c) vorliegt? Was impliziert das für die Interpretation der Gravitationskraft als Trägheitskraft? Welches Bezugssystem kann in Situation c) gewählt werden, damit die Bewegung des Punktteilchens wieder kräftefrei erscheint?

23. Rotierende Scheibe

Wir betrachten eine Kreisscheibe mit Radius R , die um die Achse durch ihren Mittelpunkt senkrecht zur Scheibenebene in Richtung $\hat{\omega}$ mit der Winkelgeschwindigkeit ω rotiert. Richtung der Drehachse und Winkelgeschwindigkeit lassen sich zusammenfassen zum Vektor ω .

- a) Ein inertialer Beobachter (also einer, der insbesondere nicht mit der Scheibe rotiert) zieht einen Stift mit konstanter Geschwindigkeit v quer über die Scheibe (durch ihren Mittelpunkt). In seinem Bezugssystem bewegt sich die Spitze des Stifts kräftefrei. Ein Beobachter im Mittelpunkt der Scheibe, der mit ihr rotiert, wird jedoch behaupten, dass sich die Stiftspitze nicht kräftefrei, insbesondere nicht geradlinig, bewegt (was auch an der gekrümmten Linien auf der Scheibe zu sehen ist). Berechnen und benennen Sie die Kräfte die für diesen Beobachter auf die Stiftspitze wirken.
- b) Nun krabbelt ein Marienkäfer vom Mittelpunkt der Scheibe zum Rand, den er auf kürzestem Weg (auf der Scheibe) erreichen möchte, d.h. er krabbelt relativ zu Scheibe mit konstanter Geschwindigkeit v radial nach außen. Welche Kraft muss er hierfür aufbringen?