

Klassische Mechanik

Notiztitel

($\equiv$ Theoretische Physik I $\equiv$ KTP I)

06.04.2016

- Inhalt:
- Newtonsche Mechanik
 - Lagrangische Mechanik
 - Hamiltonsche Mechanik
 - deterministisches Chaos

Mechanik $\approx$ Lehre der Statik und Dynamik makro-
skopischer Körper

Beispiele von Hebel, Pendel, Billardkugeln, etc.

nach Newton aber auch für Himmelskörper: Erde, Mond,
Planeten, ... Sterne, Kugelsternhaufen, Galaxien

historisches:

- Antike: Aristoteles (384 - 322 v. Chr.)
- $\vdots$
- G. Galilei (1564 - 1642): Fallgesetze, Relativität der Bewegung
- J. Kepler (1571 - 1630): Konstruktion der Planetenbahnen anhand Daten T. Brahes

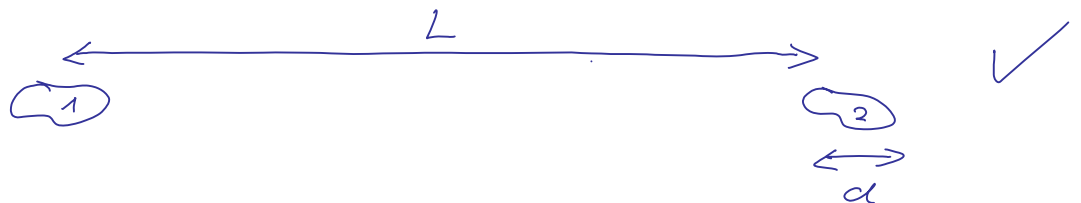
- Ch. Huygens (1629-95): Impulserhaltung, Stoßgesetze
- Isaac Newton (1643-1726): allgemeine Formulierung
der „Newtonschen“ Mechanik: *Philosophia Naturalis Principia Mathematica* (Mathematische Prinzipien der Naturbeschreibung)
- Euler, d'Alembert, Lagrange: 18. Jh.
- Jacobi, Hamilton, Poincaré 19. Jh.
- Noether, Kolmogorov, Arnold, Moser 20. Jh.
 $\rightarrow$ „deterministisches Chaos“

Grundbegriffe der Newtonschen Mechanik

Gegenstand: Bewegung eines Massenpunkts (i) im Raum (ii)
 $\rightarrow$ Zeit (iii)

(i) Massenpunkt (Teilchen, Punktmasse):

Jeder Körper endlicher Ausdehnung d aus hinreichend großer Entfernung $L \gg d$ betrachtet

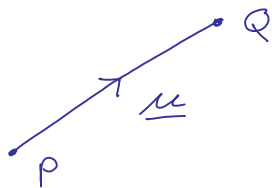


Qualität: Masse (genauerer später)

(ii) Raum = dreidimensionale euklidische Raum $\mathbb{E}_3$

- je zwei Punkte $P, Q \in \mathbb{E}_3$ definieren

Translation (Verschiebung) $\underline{u} = \overrightarrow{PQ} (\equiv Q - P)$



wir schreiben auch:

$$Q = P + \underline{u}$$

(„ $Q + P$ “ dagegen sinnlos)

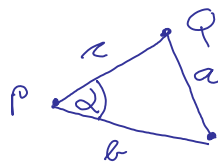
- Menge aller Translationen bilden dreidimensionalen euklidischen Vektorraum V

2 $\rightarrow$ Addition, Skalarmultiplikation, Skalarprodukt
 $\underline{u} + \underline{v}$ $\lambda \underline{u}$ $\langle \underline{u}, \underline{v} \rangle$

$$\begin{array}{c} ||| \\ \underline{u} \cdot \underline{v} \\ ||| \\ \underline{u} \underline{v} \end{array}$$

$\rightarrow$ Norm/Betrag: $|\underline{u}| = \langle \underline{u}, \underline{u} \rangle^{1/2}$

$\rightarrow$ euklidische Geometrie:



$$a = |\overrightarrow{QR}|$$

$$\cos \alpha = \frac{\langle \overrightarrow{PQ}, \overrightarrow{PR} \rangle}{|\overrightarrow{PQ}| |\overrightarrow{PR}|} \quad \text{etc.}$$

(iii) Zeit $\equiv$ eindimensionales reelles Kontinuum = $\mathbb{R}$

2 $\rightarrow$ Ereignis: $E = (P, t) \in \mathbb{E}_3 \times \mathbb{R}$

Ort Zeitpunkt Galilei-Raumzeit

Grundbegriffe ermöglichen mathematische Formulierung der Theorie,
beinhalten implizite Annahmen u. Idealisierungen :

(i) da Massenpunkt durch seine Masse m (und evtl. Ladung)
 vollständig beschrieben ist seine innere Struktur irrelevant
 für seine Dynamik

(ii, iii) „Raumzeit“ = $\mathbb{E}_3 \times \mathbb{R}$:

- • Isotropie von Raum und Zeit
- Kontinuität " " " "
- Dreidimensionalität des Raums
- Eindimensionalität der Zeit

• strikte Unterscheidung von Raum und Zeit

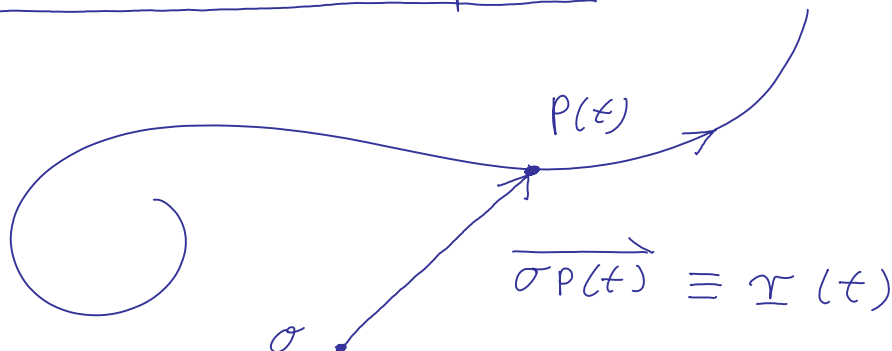
vgl. SRT, ART + QM

Minkowski-Raumzeit

→ Planck-Länge $l_p = \sqrt{\frac{G \hbar}{c^3}} \approx 10^{-35} \text{ m}$

Planck-Zeit $\tau_p = l_p / c \approx 10^{-43} \text{ s}$

Kinematik eines Massenpunkts



$\underline{r}(t) =$ Ortsvektor des MP bzgl. σ ,

glatte Funktion (d.h. 2x diff.-bar) der Zeit

Bahn : $t \mapsto \underline{r}(t)$

Geschwindigkeit : $\underline{v}(t) = \frac{d\underline{r}(t)}{dt} \left(= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\underline{r}(t+\varepsilon) - \underline{r}(t)}{\varepsilon} \right)$
 $\equiv \dot{\underline{r}}(t)$

Beschleunigung : $\underline{a}(t) = \frac{d\underline{v}(t)}{dt} = \frac{d^2 \underline{r}(t)}{dt^2}$
 $= \dot{\underline{v}}(t) = \ddot{\underline{r}}(t)$

Beispiel : konstant beschleunigte Bewegung

$$\underline{r}(t) = \underline{r}_0 + \underline{v}_0 t + \frac{1}{2} \underline{a} t^2$$

wobei $\underline{r}_0, \underline{v}_0, \underline{a}$ konstant (z.B. $\underline{a} = \underline{g} = -9,81 \frac{m}{s^2} \hat{y}$
Schwerkraftbeschleunigung nahe Erdoberfläche $\rightarrow$ Wurfbahn)

$$\underline{r}(0) = \underline{r}_0, \quad \underline{v}(t) = \underline{v}_0 + \underline{a} t, \quad \underline{a}(t) = \underline{a}$$
$$\underline{v}(0) = \underline{v}_0$$

etwa:

