

Newtonsche Dynamik

Warum bewegen sich Körper so wie wir es beobachten?

Newtonsche Axiome

(i) (Trägheitsgesetz)

Ohne äußere Einflüsse verharrt ein MP im Zustand der Ruhe oder der geradlinig-gleichförmigen Bewegung bzgl. eines inertialen Bezugspunkts.

(ii) (Bewegungsgesetz)

Die Beschleunigung eines MPs genügt dem Bewegungsgesetz

$$m \underline{a}(t) = \underline{F}(t) ,$$

wobei $\underline{F}(t)$ die momentane Kraft auf den MP ist und m seine träge Masse.

(iii) (Gegengewirkungsprinzip)

Kräfte wirken jeweils zwischen zwei MPen;

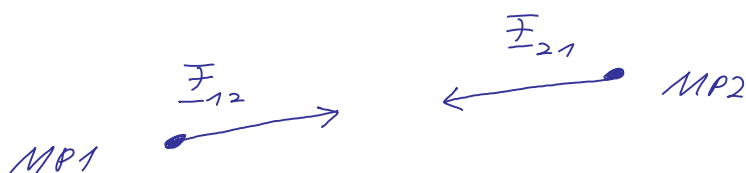
dabei ist die Kraft $\underline{F}_{12}$ von MP2 auf MP1

entgegengesetzt gleich der Kraft $\underline{F}_{21}$ von MP1 auf MP2:

$$\underline{F}_{12} = -\underline{F}_{21}$$

Zudem gilt: $-\underline{F}_{12} \parallel \underline{r}_2 - \underline{r}_1$

- Kräfte addieren sich vektoriell



Anmerkungen:

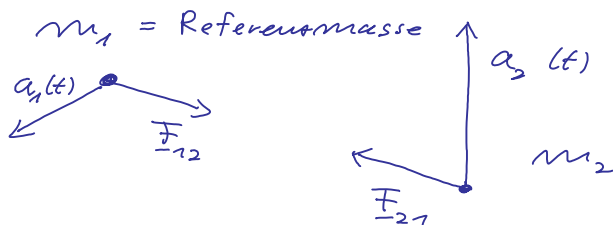
- Trägheitsgesetz definiert inertialen Bezugspunkt

- Kraft vektorielle Größe
- falls $\underline{F} = \underline{F}(\underline{r})$: Bewegungsgleichung

$$m \ddot{\underline{r}}(t) = \underline{F}(\underline{r}(t)) \quad (\text{DGL 2. Orde.})$$

für Bahn $\underline{r}(t)$

- II und III ermöglichen dynamische Massenbestimmung:



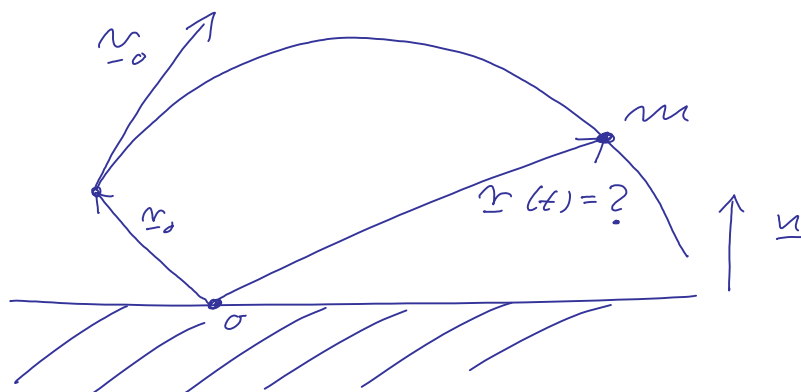
$$m_1 \underline{a}_1 \stackrel{\text{II}}{=} \underline{F}_{12} \stackrel{\text{III}}{=} -\underline{F}_{21} \stackrel{\text{II}}{=} -m_2 \underline{a}_2$$

$$\rightarrow m_2 = \frac{|\underline{a}_1|}{|\underline{a}_2|} m_1$$

Kraftbestimmung dann mittels II: $\underline{F} = m \underline{a}$

Elementare Anwendung:

Wurf eines Körpers unter Schwerkraft der Erde (nahe Erdoberfläche)



Bewegungsgesetz: $m \ddot{\underline{r}}(t) = \underline{F}_S$

$\underline{F}_S$ = Schwerkraft der Erde auf MP = ?

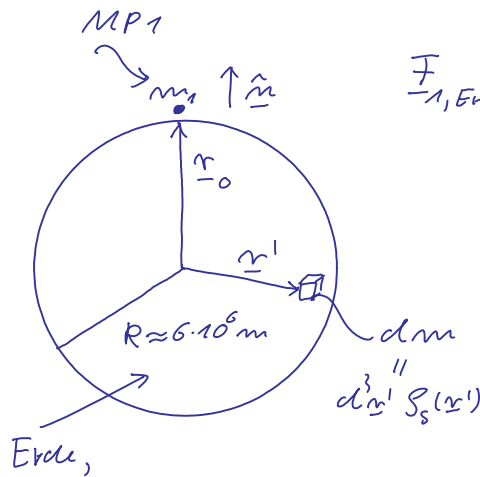
Newtonsches Gravitationsgesetz für MPE bei $\underline{r}_1, \underline{r}_2$
mit schweren Massen m_1^S, m_2^S :

$$\underline{F}_{12}(\underline{r}_1 - \underline{r}_2) = -G \frac{m_1^S m_2^S}{|\underline{r}_1 - \underline{r}_2|^3} (\underline{r}_1 - \underline{r}_2) \quad (*)$$

beachte: schwere Massen $m_{1/2}^s$ def. durch G) a priori
ungleich träge Massen $m_{1/2}$ der MPe !

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$$

hier:



$$\underline{F}_{1, \text{Erde}} = - \int_{K_R} d^3 \underline{r}' G \frac{\rho_s(\underline{r}') m_1^s (\underline{r}_0 - \underline{r}')}{|\underline{r}_0 - \underline{r}'|^3}$$

$$\stackrel{!}{=} m_1^s \underline{g}$$

$$\text{mit } \underline{g} = -g \hat{\underline{n}}$$

$$\text{und } g = G \left| \int_{K_R} d^3 \underline{r}' \frac{\rho_s(\underline{r}') (\underline{r}_0 - \underline{r}')}{|\underline{r}_0 - \underline{r}'|^3} \right|$$

$$= \dots = \frac{GM}{R^2} = 9,81 \text{ m/s}^2$$

$$\text{vgl. Übung; } M = \int_{K_R} d^3 \underline{r}' \rho_s(\underline{r}')$$

schwere Masse der Erde

$$\rightarrow \text{Bzgl. } m \ddot{\underline{r}}(t) = m^s \underline{g}$$

$\uparrow$ träge Masse $\uparrow$ schwere Masse

$$\text{d.h. } \boxed{\ddot{\underline{r}}(t) = \frac{m^s}{m} \underline{g}}$$

$$\text{und somit } \underline{r}(t) = \underline{r}_0 + \underline{v}_0 t + \frac{1}{2} \frac{m^s}{m} \underline{g} t^2$$

erstaunliche Beobachtung (spätestens seit Galilei):

alle Körper fallen mit denselben Beschleunigung $\underline{g}$!

d.h. $\frac{m^s}{m}$ unabhängig von Beschaffenheit (Material,

Form) der Körper. $\rightarrow$ Setzung: $m^s \stackrel{!}{=} m$

Newton : $\left| \frac{m_s}{m} - 1 \right| \lesssim 10^{-5}$

heute: $\left| \frac{m_s}{m} - 1 \right| \lesssim 10^{-12}$

Strikte Proportionalität von träger und schwerer Masse
findet innerhalb Newtons Theorie keine Erklärung,
Grundannahme in Einsteins ART.

