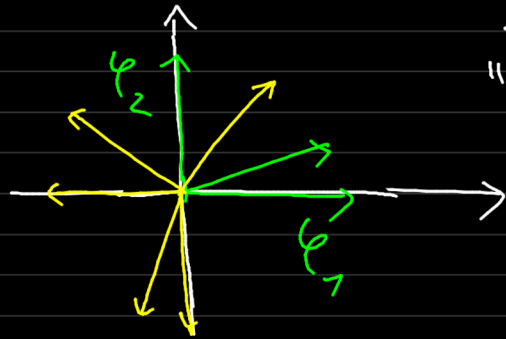


letzte Vorlsg.: 1. Postulat

Zustandsraum $\hat{=}$ unit. VR $\sim \mathcal{H}$

Zustand $\hat{=}$ normierter Vekt. $\varphi \in \mathcal{H}$



" $\sim \mathcal{H}$ "

2. Postulat (Mess postulat)

• Messung M_φ : Ergebnisse
Zustand

1: " φ liegt vor"

0: " φ liegt nicht vor"

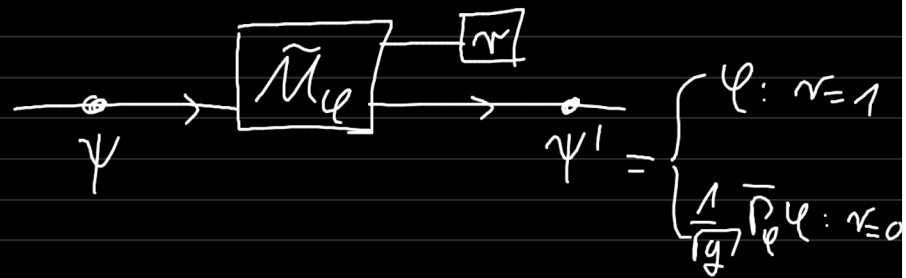
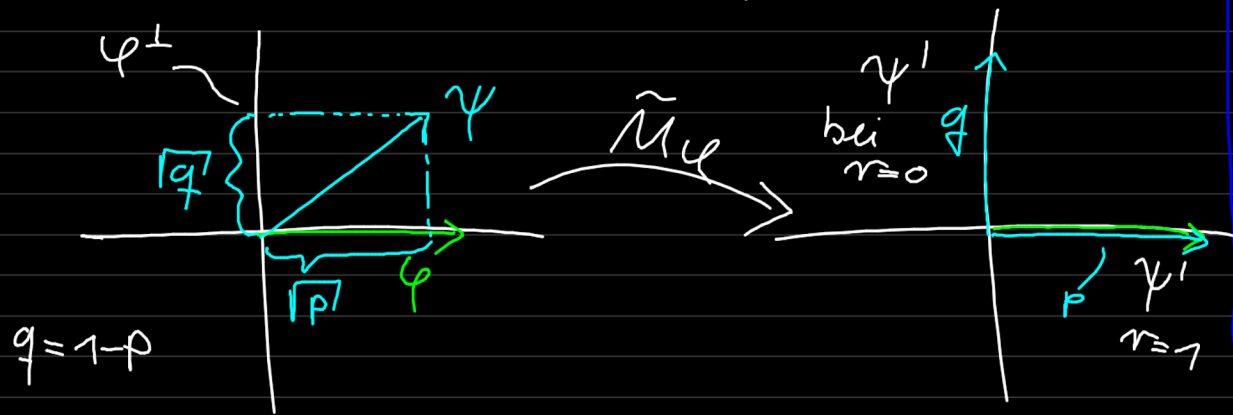
• Messung M_φ an Syst. im Zust. ψ
positiv (1) mit Wkt.

$$p = K |\langle \varphi, \psi \rangle|^2$$

• ideale Messung $\tilde{M}_\psi$:

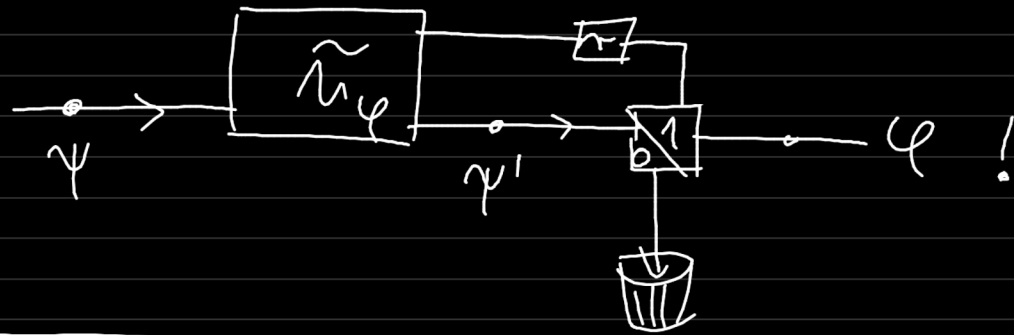
positiv
(1) $\rightarrow \psi' = \psi$

negativ
(0) $\rightarrow \psi' = \frac{1}{\sqrt{q}} \bar{P}_\psi \psi$



Bemerkung:

ideale Messung $\tilde{M}_\psi$
erlaubt Zustandspräparation



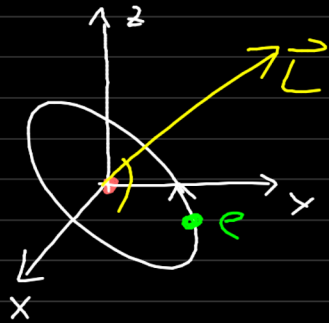
Anwendung und Erweiterung des Formalismus am Beisp. des

Stern-Gerlach-Experiment
 → Frankfurt 1922

Zweck: Widerlegung/
Bestätigung der
Richtungsquantisierung
des Drehimpulses !

→ Bestätigung!

Drehimpulsquantisierung (Bohr 1913)



$$|\vec{L}| = l \hbar$$

$$l = 1, 2, 3, \dots$$

→ Atommodell
→ Spektren!

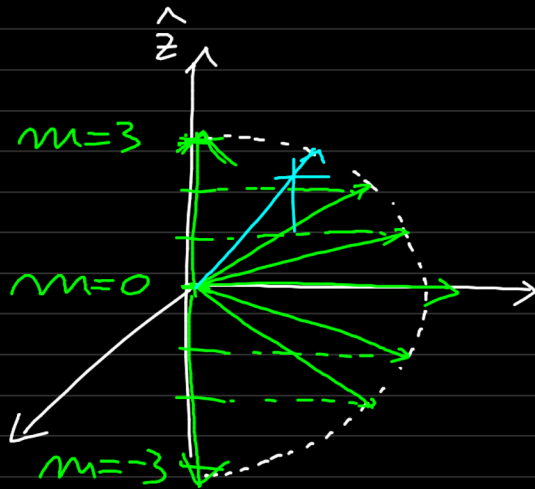
Richtungsquantisierung (Sommerfeld Debye 1916)

?!
!

$$L_z = m \hbar$$

$$m = -l, -l+1, \dots, 0, 1, \dots, l-1, l$$

$$l=3$$

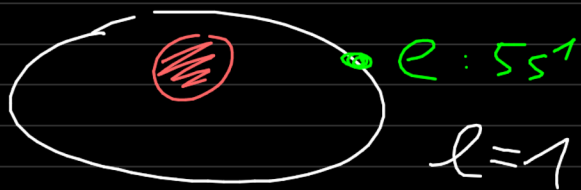
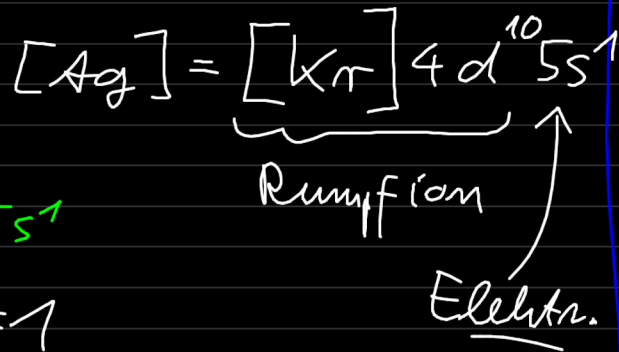


$\mathbb{R}^3$
N

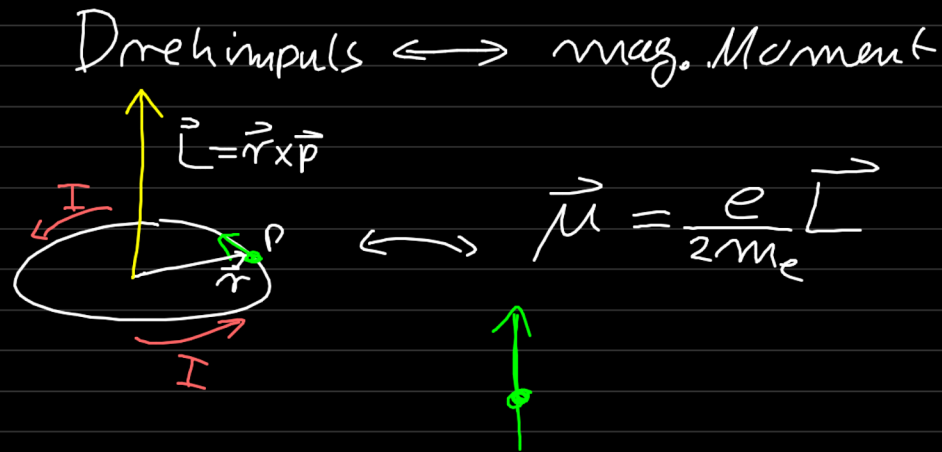
→ Zeemann-Effekt!

Steen (1916). "Unsinn!"

Experimente mit Ag-Atome:



Messung des Drehimpulses?



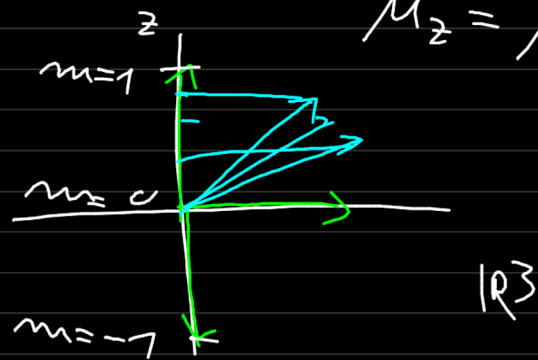
$$|\vec{L}| = l\hbar \quad \leftrightarrow \quad |\vec{\mu}| = \underbrace{\frac{e\hbar}{2m_e}}_{\mu_B} \cdot l$$

Bohr'sche Magneton

$$L_z = m \hbar \iff \mu_z = \mu_B \cdot m$$

$$l=1: |\vec{\mu}| = \mu_B$$

$$\mu_z = \mu_B m; m = -1, 0, 1$$



$$\vec{\mu} = \begin{pmatrix} \mu_x \\ \mu_y \\ \mu_z \end{pmatrix}$$

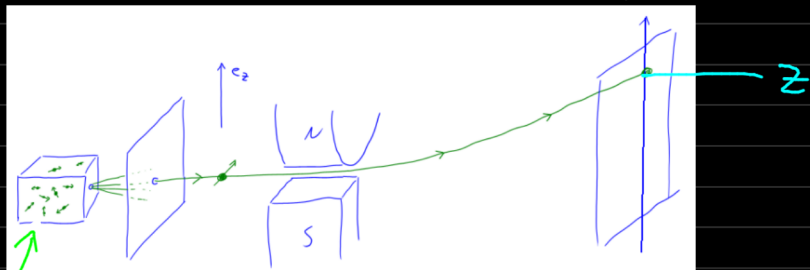
μ_z quantisiert
oder kontinuierlich?

semi-klassische Vorstellung:

$$\vec{\mu} = \mu_B \vec{n}$$

beliebige Richtung

Experiment (Stern, Gerlach 1922)

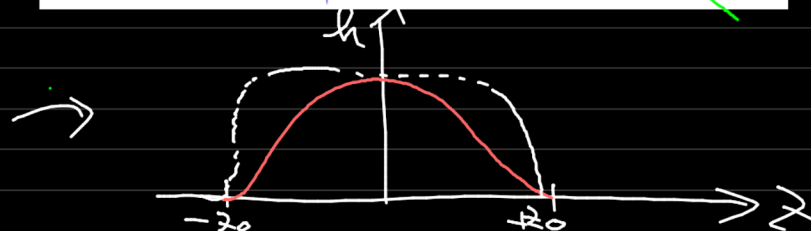
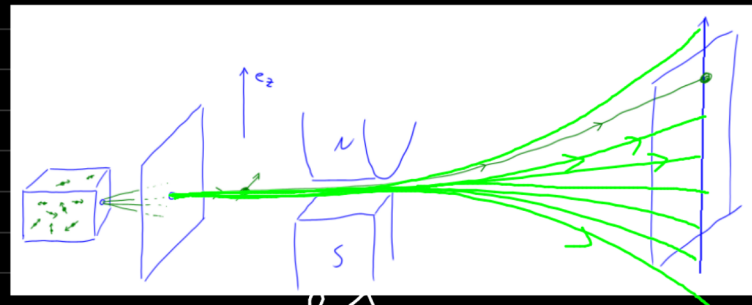


Ag-Atom mit magn. Moment $\vec{\mu}$
erfährt Kraft:

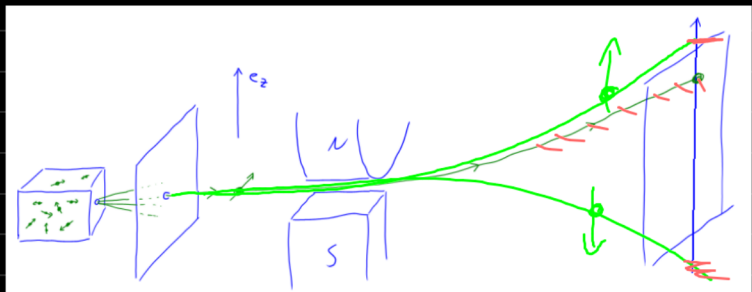
$$\vec{F} = \mu_z \cdot \frac{\partial B_z}{\partial z} \cdot \hat{z}$$

$$z \sim \mu_z$$

klassische Erwartung:

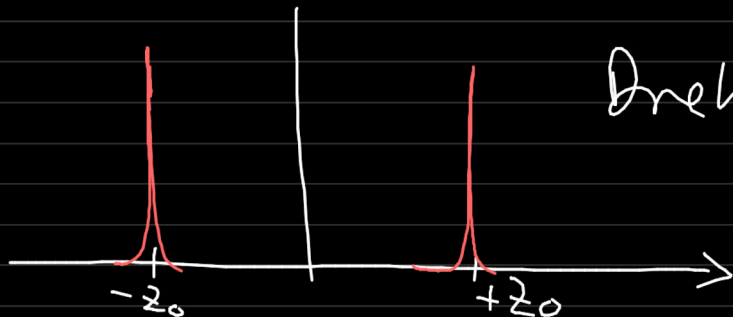


Experiment:

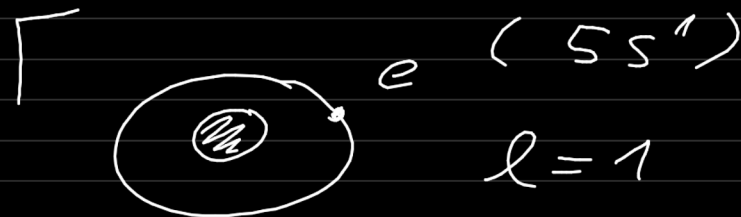


$+z_0$

$-z_0$

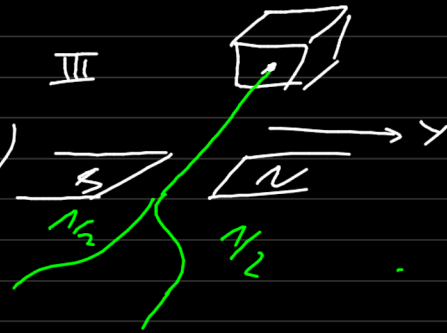
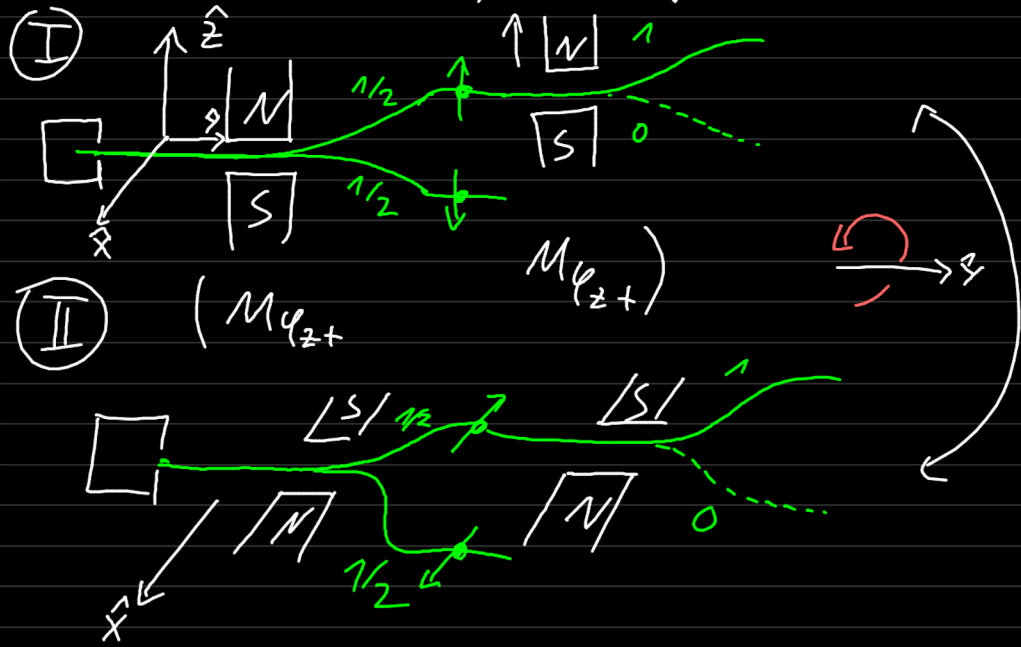


Drehimpuls
quantisierung!

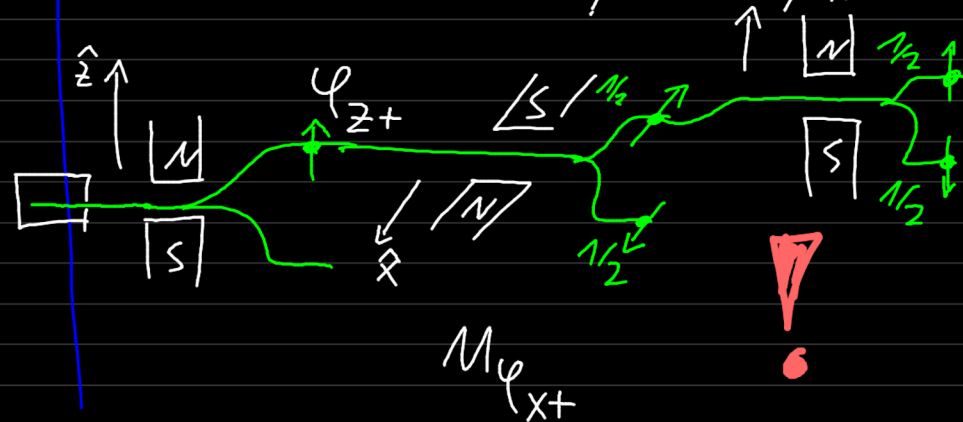


falsche Vorstellung!!
 $l=0$,
+ Eigendrehimpuls (= Spin)

Weitere Experimente (nicht historisch,
heute möglich, in äquivalenten Systemen)



IV Kombination von μ_z und μ_x -Mess.



Quantenmech. Beschreibung:

1) Zustandsraum $\hat{=}$ $\mathbb{C}^2$ min. VR

(I) Zustände ψ_{z+} und ψ_{z-}
für $\pm \hat{z}$ ausgerichtetes (polarisiertes)
mag. Moment:

$\psi_{z+} \hat{=} \uparrow$, $\downarrow \hat{=} \psi_{z-}$
"up" "down"

$$\psi_{z+} \perp \psi_{z-}$$

↳ betrachte $M_{\psi_{z-}}$ an $\psi = \psi_{z+}$
 $\rightarrow p \hat{=} 0 \rightarrow \langle \psi_{z-}, \psi_{z+} \rangle = 0 !$

(II) Zust. ψ_{x+}, ψ_{x-} für $\pm \hat{x}$
pol. mag. Moment:

ψ_{x+} ↙ ψ_{x-}
 $\psi_{x+} \perp \psi_{x-} !$

(III) $\rightarrow \psi_{y+}, \psi_{y-}$ für $\pm \hat{y}$ polar.
nach Momenten

$$\psi_{y-} \leftarrow \quad , \quad \rightarrow \psi_{y+}$$

$$\rightarrow \psi_{y+} \pm \psi_{y-}$$

Relative Orientierung von $\left\{ \begin{array}{l} \psi_{z+}, \psi_{z-} \\ \psi_{x+}, \psi_{x-} \\ \psi_{y+}, \psi_{y-} \end{array} \right.$?

(IV) $\rightarrow |\langle \psi_{x-}, \psi_{z+} \rangle|^2 = p = \frac{1}{2}!$
Exp.

analog: $|\langle \psi_{z\pm}, \psi_{x\pm} \rangle|^2 = \frac{1}{2}$

$$|\langle \psi_{z\pm}, \psi_{y\pm} \rangle|^2 = \frac{1}{2}$$

$$|\langle \psi_{x\pm}, \psi_{y\pm} \rangle|^2 = \frac{1}{2}$$

Lösung: $\psi_{x+} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\psi_{z+} + \psi_{z-})$
 $\psi_{x-} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\psi_{z+} - \psi_{z-})$

$$\varphi_{y+} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\varphi_{z+} + i \varphi_{z-})$$

$$\varphi_{y-} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\varphi_{z+} - i \varphi_{z-}) \quad !$$

Γ im Komponenten bzgl. $B = (\varphi_{z+}, \varphi_{z-})$

$$\varphi_{z+} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \varphi_{x+} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \varphi_{y+} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}$$

$$\varphi_{z-} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \varphi_{x-} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \varphi_{y-} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}$$