Quantenmechanik (Theoretische Physik II)

Inhalt:

- Postulate
- Zweizustandssystem, Spin $1/2$, Stern-Gerlach Experiment
- Quantenmechanik des Punktteilchens: Impuls, Drehimpuls, Schrödinger-Gleichung
- Harmonischer Oszillator
- Zentralpotenzial, H-Atom
- Identische Teilchen: Bosonen, Fermionen
- Verschränkung, Bellsche Ungleichungen
- Messprozess, Dekohärenz
  ("QM ⇒ klass. Physik")

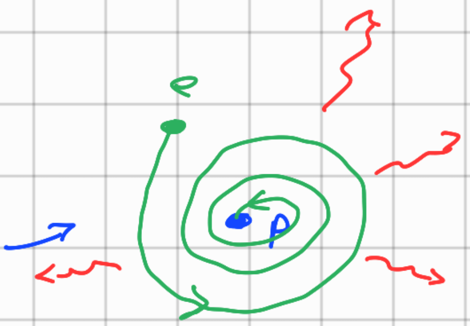
Postulate der QM

Hintergrund:

klassische Physik $\cancel{\neq}$ mikroskopische Physik

$\uparrow$ Mechanik, ED, SRT, ART

Bsp.: "klassisches Atom":



Elektron auf ~~Kepler~~bahn um Proton → beschleunigte Ldg. emittiert el.-mag. Wellen → Energieverlust

→ Instabilität des Atoms!

ebenso: klassische Physik erklärt nicht:

- Spektrallinien!
- PSE, Chemie
- Festkörpereigenschaften (Leitwert, Wärmekapazität ....)
- Kern/Teilchenphysik

⋮

- Schwarzkörperstrahlung! (Planck 1900 → QM) ab ca. 1900 dringend gesucht:

phys. Theorie für Mikrophysik!

1925: $\boxed{\text{Quantenmechanik! (QM)}}$

⚠ klassische Physik $\not\Rightarrow$ QM

?! QM $\Longrightarrow$ klass. Mechanik!

heute: QM extrem gut bestätigte Theorie!

(~~trotz~~ aller Interpretationsprobleme /
gerade wegen!

... mit universeller Anwendbarkeit!

(auch makroskopisch !?)

→ • Atom- Molekülphysik, Chemie

(Theoretische Chemie = QM (+ s.o.))

• Festkörperphysik → Halbleiterphysik !

(Elektronik, PV, ...)

• Kern / Teilchen ph. (Quantenfeldtheorie)

⋮

• Quanteninformatik (bit → qubit !)

in dieser Vorlesung:

ahistorischer Zugang per Postulat !

⌈ vgl. • Sakurai

• Ballentine

• Peres ⌋

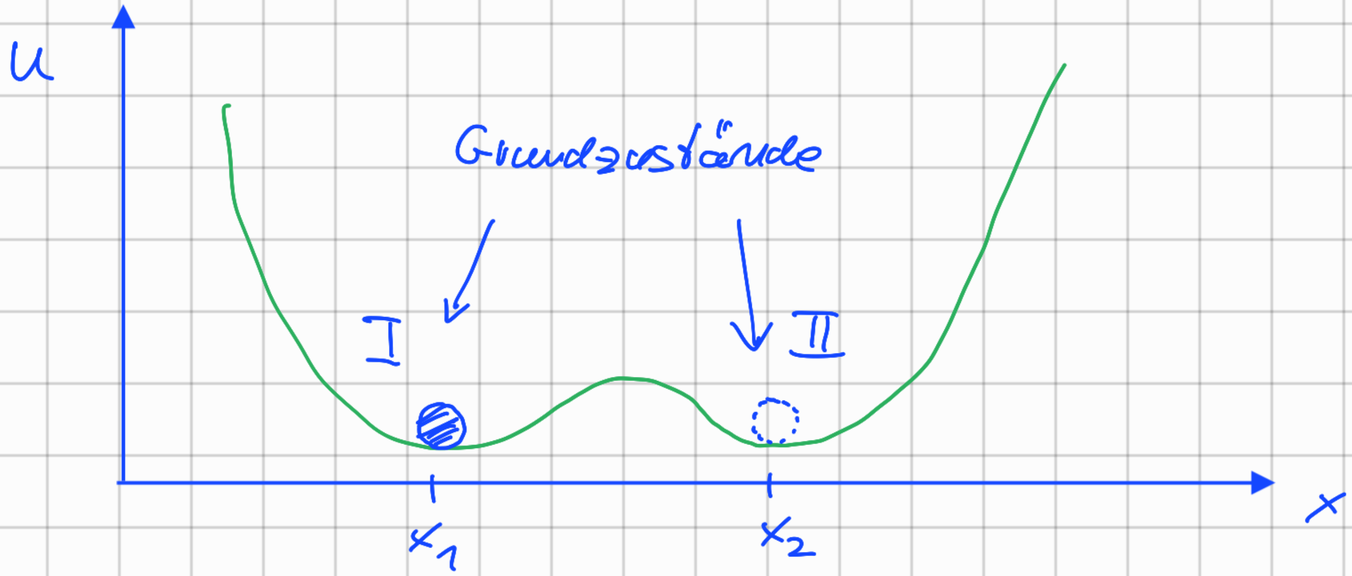
wesentliche Merkmale (der Mikrophysik bzw. QM)
1) 2)

1) Superpositionsprinzip

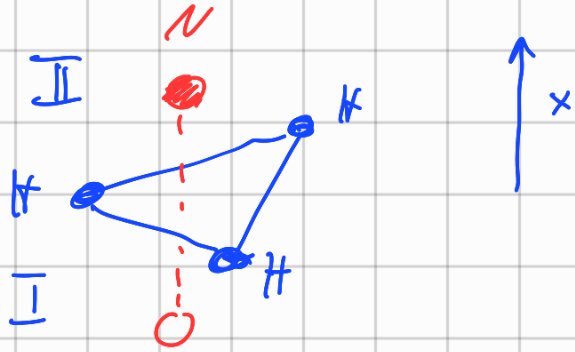
2) Messung zentraler Bestandteil der Th.

$\hookrightarrow$ Indeterminismus !

zu 1) Teilchen im Doppelmuldenpotenzial



realisiert z. B. im NH_3 -Molekül:

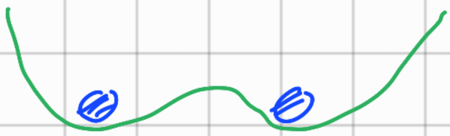


Klassische Mechanik:

Teilchen <u>entweder</u> in Grundzust. I <u>oder</u> II !

<u>QM</u>: Teilchen <u>zugleich</u> in I und II !

(im Grundzustand)



= Superposition der Zust. I und II: "I + II"

<u>ebenso</u>:

- <u>Spin</u> z.B. eines Ag-Atoms:

"up"

"down"

QM: Ag-Atom kann <u>zugleich</u> im Zust. "up" und "down" sein!

"$\uparrow$ + $\downarrow$"

universelle Eigenschaft!

→ <u>mathematische Beschreibung</u> ?

⟶

1. Postulat

Zustandsraum $\hat{=}$ Vektorraum $\mathcal{H}_s$

Zustand $\hat{=}$ Vektor $\varphi \in \mathcal{H}_s$

(genauer: $\mathcal{H}_s$ unitärer VR, $|\varphi| = 1$)

- Doppelspalt.-Exp.:

Teilchenzust I $\hat{=}$ $\varphi_I \in \mathcal{H}_D$

" " II $\hat{=}$ $\varphi_{II} \in \mathcal{H}_D$

$\downarrow$ $\mathcal{H}$ VR!

Superpo. der Zust. I, II $\hat{=}$ $\varphi_I + \varphi_{II} = \psi \in \mathcal{H}_D$

"Teilchen zugleich in I und II"

- Spin 1/2: "up" $\uparrow$ $\hat{=}$ $\varphi_\uparrow \in \mathcal{H}_{spin}$

"down" $\downarrow$ $\hat{=}$ $\varphi_\downarrow \in \mathcal{H}_{spin}$

$\downarrow$ VR!!

" $\uparrow + \downarrow$ " $\hat{=}$ $\varphi_\uparrow + \varphi_\downarrow = \psi \in \mathcal{H}_{spin}$

QM: Superpositionsprinzip allgemeingültig !?

auch makroskopisch ? (Schrödinger 1932)

→ "Schrödingers Katze":

Katze lebendig $\hat{=}$ $\varphi_{☺} \in \mathcal{H}_K$

" tot $\hat{=}$ $\varphi_{☹} \in \mathcal{H}_K$

$\downarrow$ QM !

Katze halb tot und lebendig !? $\hat{=}$ $\psi = \varphi_{☺} + \varphi_{☹} \in \mathcal{H}_K$!

heute (in 2 Monaten!) verstehen wir:

S.P. allgemeingültig (*) und trotz dem

$\varphi_{☺} + \varphi_{☹}$ praktisch unbeobachtbar!

(potentiell!)

"Dekohärenz"

zu 2) <u>Messung</u>

fund. Problem: direkte Beobachtung der Mikrowelt <u>unmöglich</u>!

(E. Mach ~ 1900: "Haben Sie denn schon mal ein Atom gesehen?")

"Mikrowelt" $\overset{??}{\longleftrightarrow}$ Theorie (QM)

?

$\varphi, \varphi_1 + \varphi_2, \ldots$

<u>operationalistische Lösung</u>: ("Kopenhagen")

Theorie (QM) $\overset{!}{\longleftrightarrow}$ <u>Ergebnisse</u> von <u>Messungen</u> an Mikrosystem!

<u>Messpostulat</u>! makroskopisch!

genaueres

1. Postulat

Zustandsraum = unitärer VR $\mathcal{H}$ *

Zustand = normierter Vektor $\varphi \in \mathcal{H}$

*: $\mathcal{H}$ komplexer VR ($K = \mathbb{C}$) mit hermiteschem Skalarprodukt (→ [illegible])

$$\langle \, , \, \rangle : \mathcal{H} \times \mathcal{H} \to \mathbb{C}$$

$$(\varphi, \psi) \mapsto \langle \varphi, \psi \rangle$$

mit Eigenschaften:

- $\langle \varphi, \psi \rangle = \langle \psi, \varphi \rangle^*$
- $\langle \varphi, \varphi \rangle > 0$ für $\varphi \neq 0$
- $\langle \varphi, \lambda \psi \rangle = \lambda \langle \varphi, \psi \rangle = \langle \lambda^* \varphi, \psi \rangle$
- $\langle \varphi, \psi_1 + \psi_2 \rangle = \langle \varphi, \psi_1 \rangle + \langle \varphi, \psi_2 \rangle$

→ Norm: $\|\varphi\| := \sqrt{\langle \varphi, \varphi \rangle}$

→ minimale Version des

Messpostulats

Messung M_φ am System entscheidet ob Zustand $\varphi \in \mathcal{H}$ vorliegt ("1", positiv) oder nicht vorliegt ("0", negativ) (binäre Mess.).
Dann M_φ am System im Zustand $\psi \in \mathcal{H}$ positiv mit Wahrscheinlichkeit

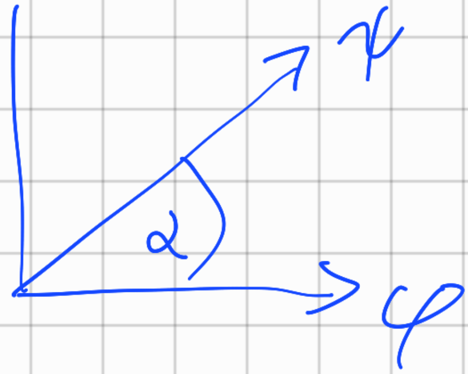
$$p = |\langle \varphi, \psi \rangle|^2$$

Bornsche Regel

→ falls $\psi \parallel \varphi$: $p = 1$

$\psi \perp \varphi$: $p = 0$

'



$\rightarrow \quad p = |\langle \psi, \varphi \rangle|^2 = \cos^2 \alpha \in]0,1[$

$\rightarrow$ Indeterminismus !