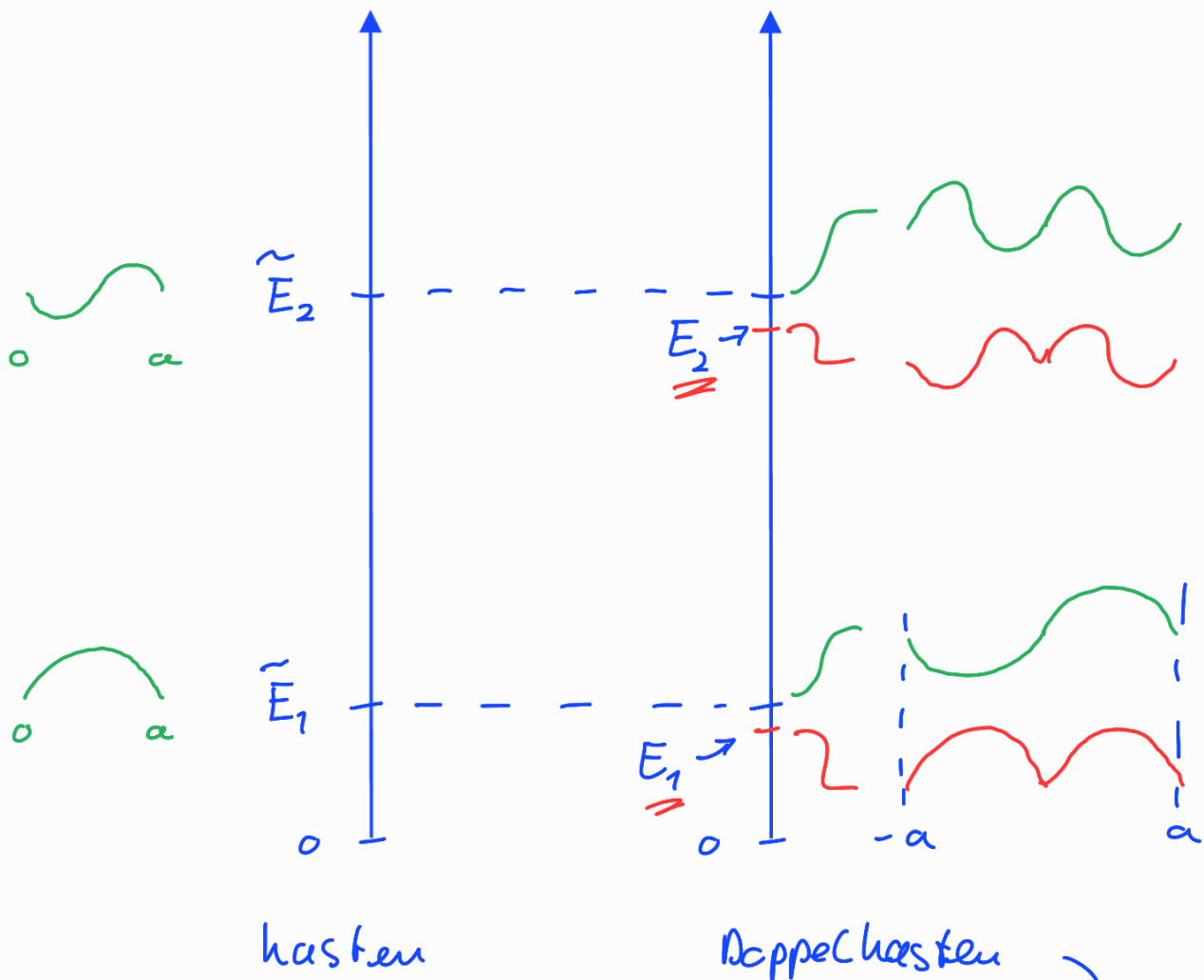


Letzte Vorlesg.: Teilchen im Doppelkasten



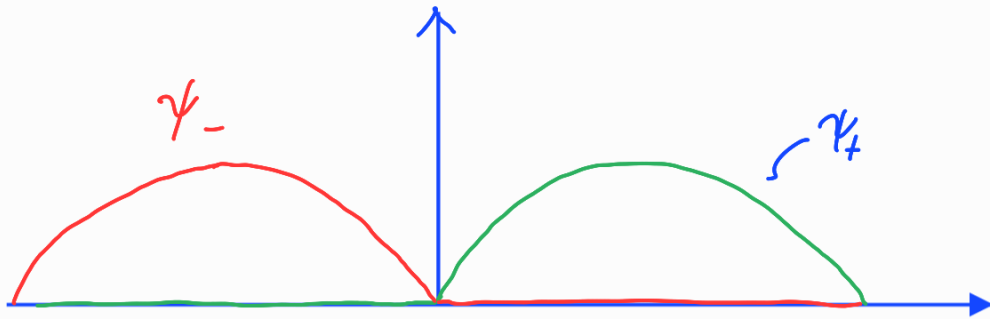
Grundzustand: $\psi_1(x) = \frac{1}{\sqrt{a}} \sin\left(\frac{\pi}{a+b} (|x|+b)\right)$

1. ang. 2. Zustand: $\tilde{\psi}_1(x) = \frac{1}{\sqrt{a}} \sin\left(\frac{\pi}{a} x\right) \quad b \sim \frac{1}{n}$

$$\frac{\Delta E}{E_1} = \frac{\tilde{E}_1 - E_1}{E_1} = \frac{2b}{a} \ll 1$$

$$\frac{\Delta E}{\hbar} = \boxed{\omega \ll \Omega} = \frac{E_1}{\hbar}$$

$$\Rightarrow |\psi_{\pm}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\psi_1\rangle \pm |\tilde{\psi}_1\rangle)$$

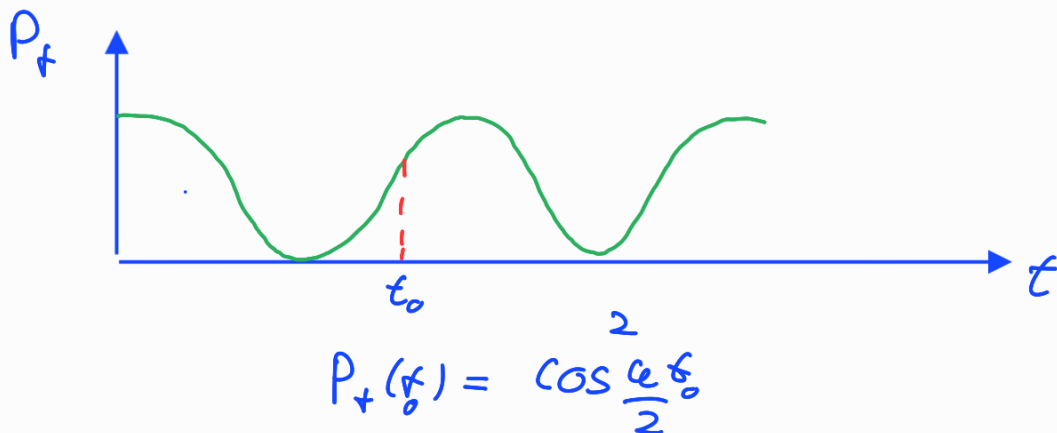


$$|\psi(0)\rangle = |\psi_+\rangle$$

$$|\psi(t)\rangle = \frac{e^{i\Omega t}}{\sqrt{2}} \left(\cos \frac{\omega t}{2} |\psi_+\rangle + i \sin \frac{\omega t}{2} |\psi_-\rangle \right)$$

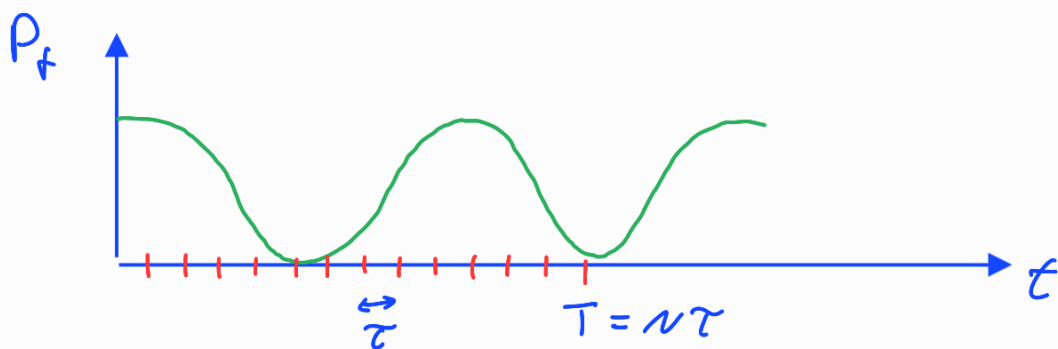
Oszillation des Teilchen mit $\frac{\omega}{2}$ ($\omega < \omega_c$)

$\Rightarrow$ Maser



N ideale Messungen zu Zeiten

$$t_k = \frac{T}{N} \cdot k$$



Wkt., dass alle N Messungen $(|\psi_+ \times \psi_+|)$ positiv.

$$P_N = |\langle \psi_+ | \psi(\tau) \rangle|^2 \overset{N}{=} = \left(\frac{1}{2} (1 + \cos \omega \tau) \right)^N$$

$$\approx e^{-\frac{\omega^2 \tau^2}{N}} \xrightarrow[N \rightarrow \infty]{} 1 \quad !$$

hinreichend häufiges Messen hinreichend

Teilchen am g.m. Oszillationen:

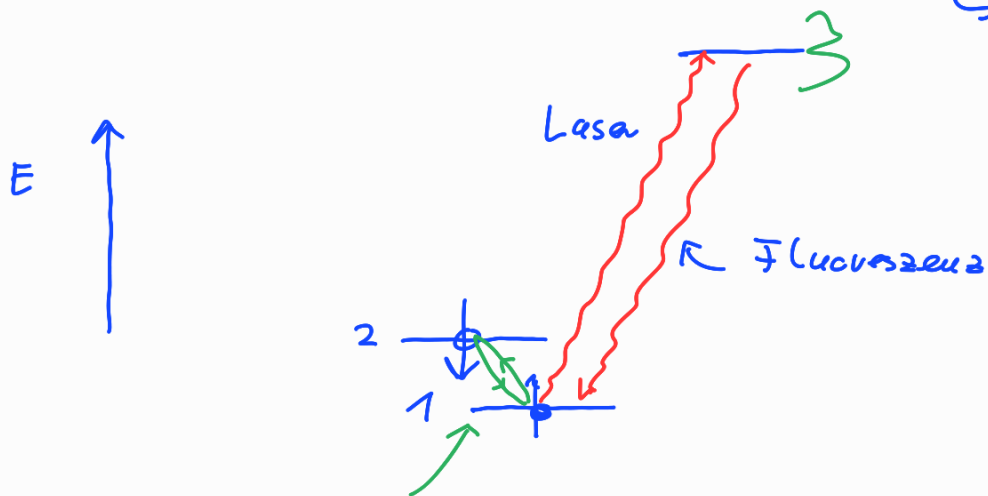
Teilchen bleibt im rechten Zustand !

abg.: „Quanten-Zeno-Effekt“

experimenteller Nachweis 1990 durch

Ivano, Heinzen, Bollinger, Wineland :

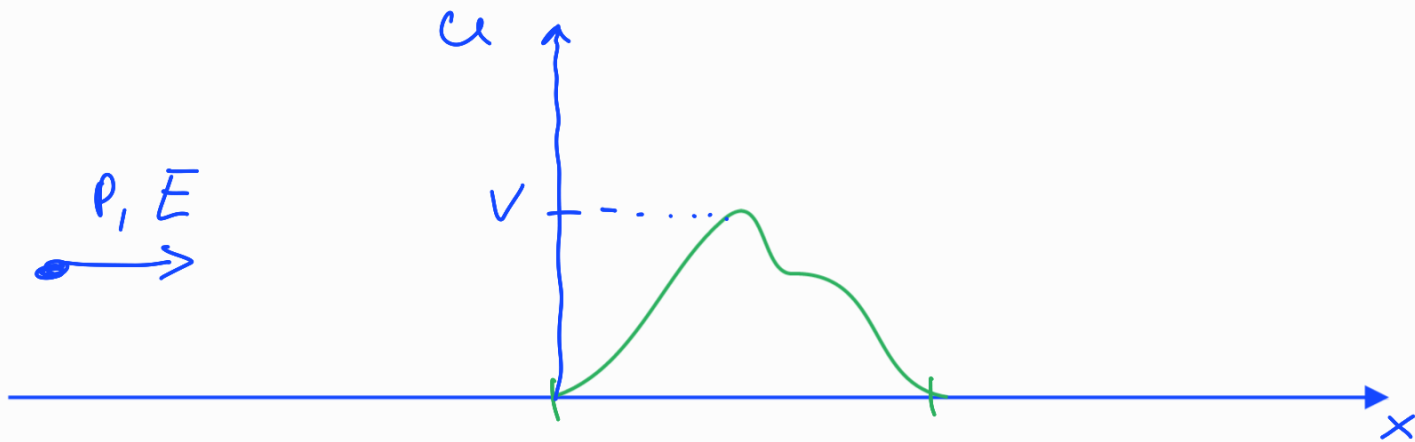
Messung an ca. 5000 Be^+ Ionen
 $\hookrightarrow {}^2S [\text{He}]$



hochfreq. el. mag. Wechselfeld

Reflexion und Transmission an Potentialschwelle:

- a) Tunneleffekt
- b) Streuexperiment



Klassisch: $E > V$: Transmission mit Wkt. 1

$E < V$: Reflexion mit Wkt. 1

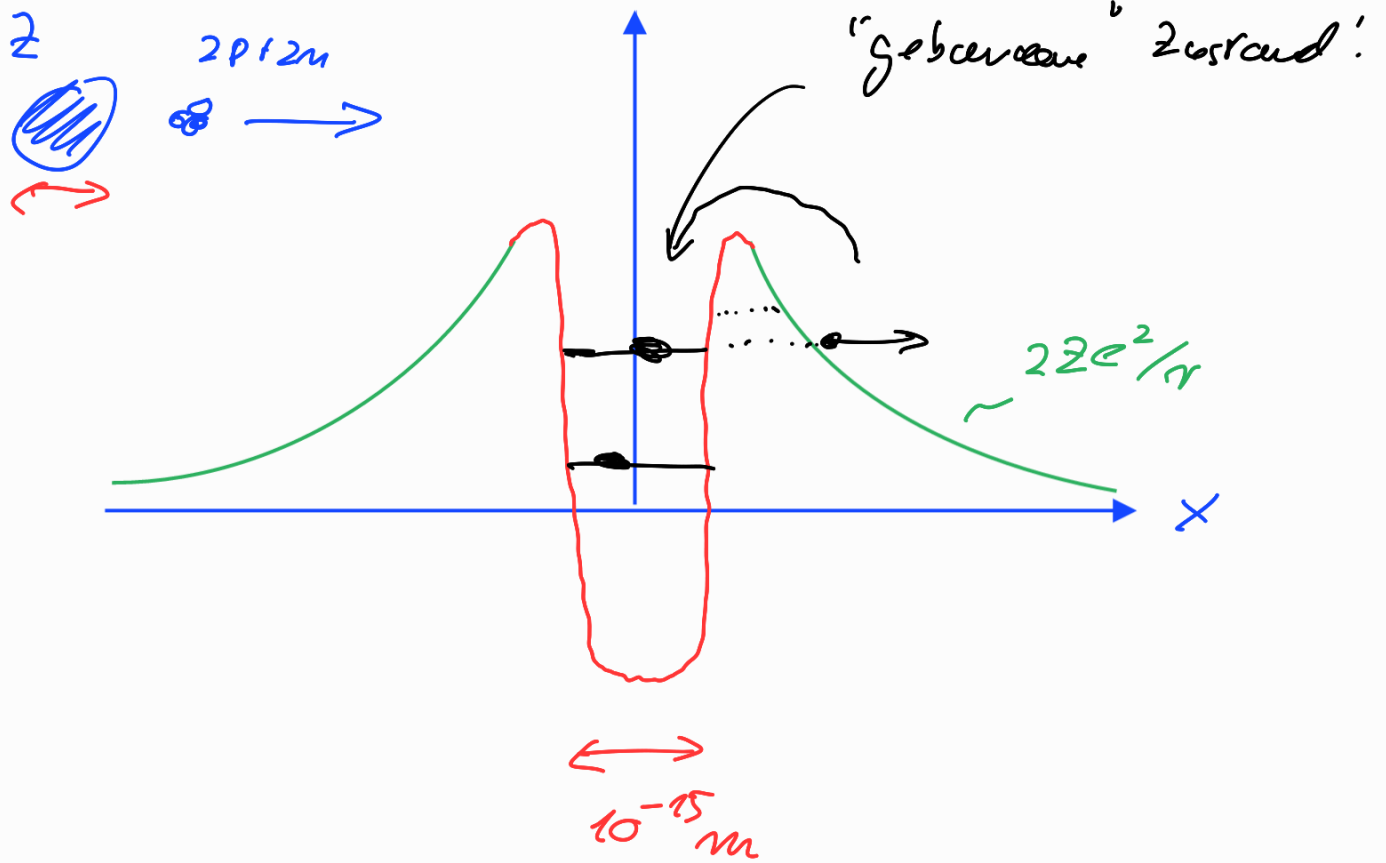
QM: $E > V$: Transmission mit Wkt < 1

$E < V$: Transmission mit Wkt > 0 !

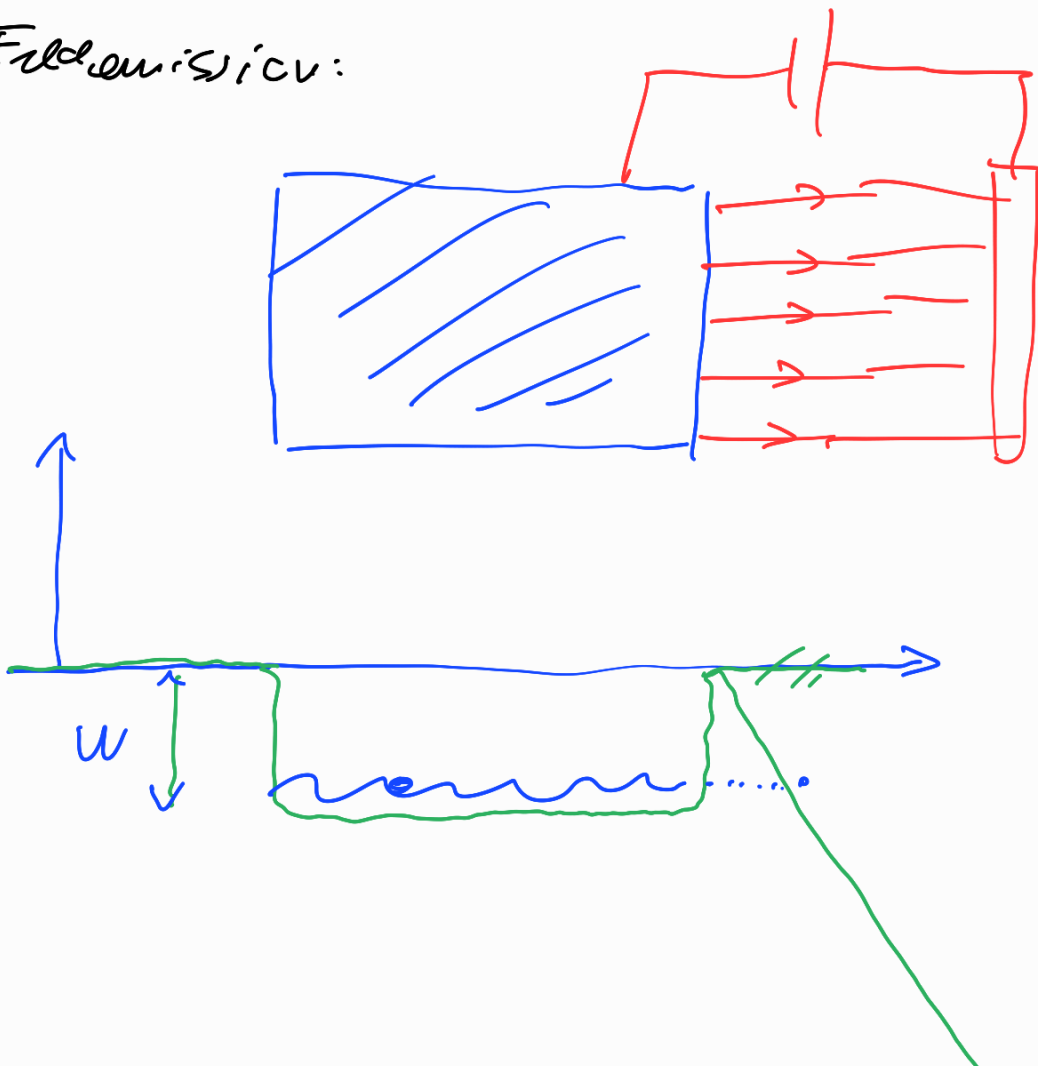
Tunneleffekt!

relevant z.B. für: α -Zerfall, Konfusion,

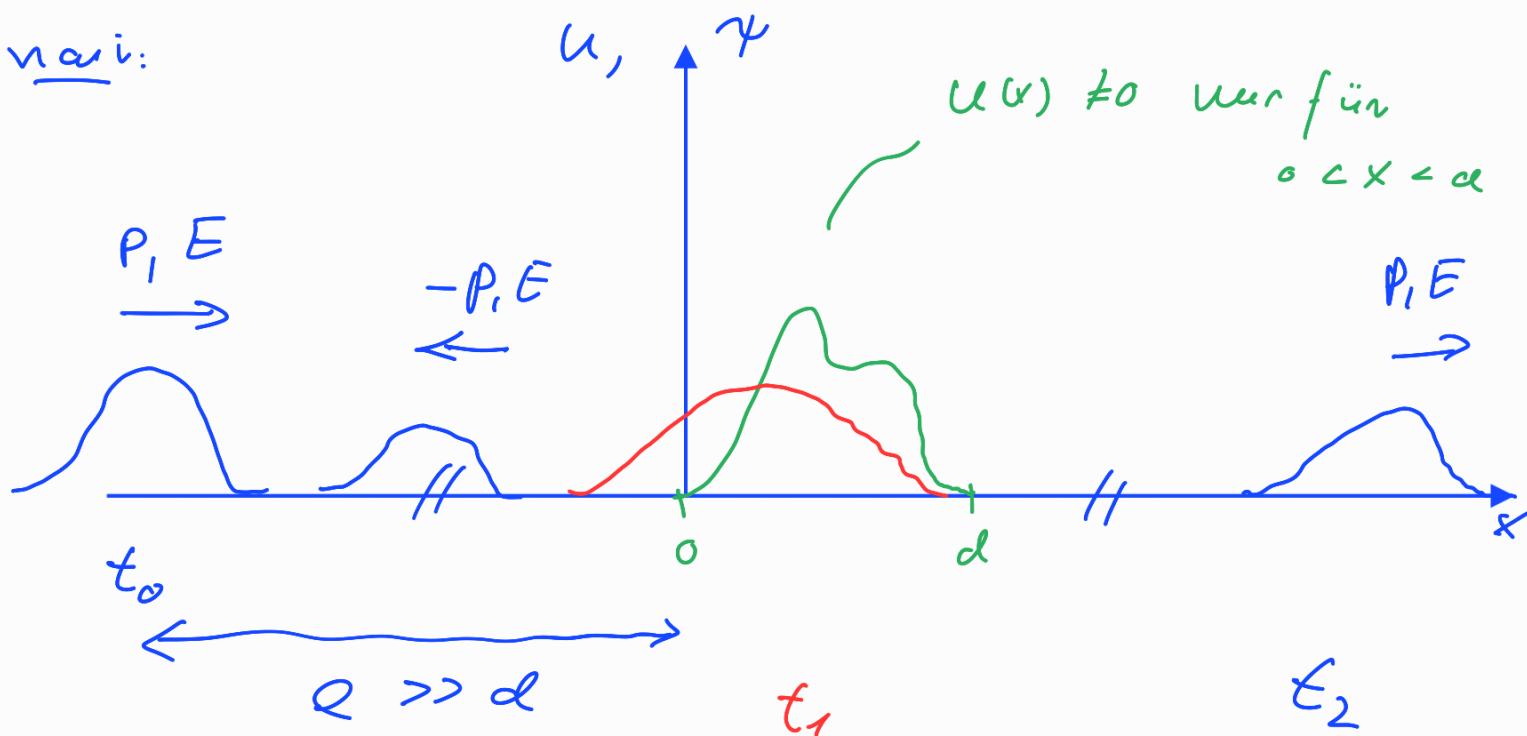
..., NH_3 , ..., Feldemission, ...



Feldemission:



vari:



$t_0: |\psi(t_0)\rangle: \quad \bullet \quad \langle x \rangle_{t_0} = -l, \quad l \gg d$

$t_0 < 0$

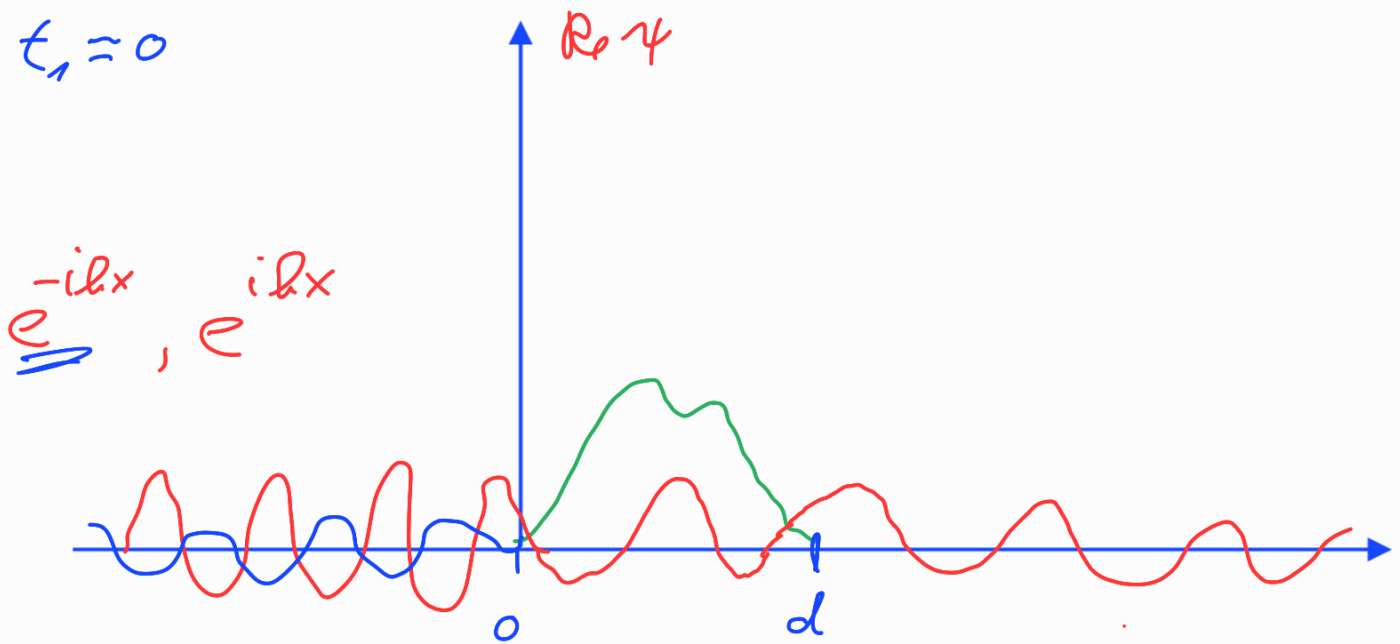
$\bullet \quad \langle \Delta x \rangle_{t_0} = b:$

$d \ll b \ll l$

$\bullet \quad \langle P \rangle = p \quad \rightarrow \quad \langle H \rangle = \frac{p^2}{2m}$
 $\quad \quad \quad \uparrow$
 $\quad \quad \quad \hbar k$

$\psi(x, t_0) = \frac{1}{(2\pi b^2)^{1/4}} e^{-\frac{(x+l)^2}{4b^2}} e^{i k x}$

$$t_1 = 0$$



Stationäres Problem!

Streucensatz: Wellenf. mit 3 Anteilen:

$$\psi(x) = \begin{cases} 1 e^{i k x} + \underline{r} e^{-i k x} & : x < 0 \\ \psi_0(x) & : 0 < x < d \\ \underline{t} e^{i k x} & : x > d \end{cases}$$

$\psi_0(x)$: Lsg. gen. S.G.C. : Stet. fin. Partic. S, u!

$$\psi_0''(x) = \frac{2m}{\hbar^2} (U(x) - E) \psi_0(x)$$

Anschlussbedingungen: $\psi(x)$ und $\psi'(x)$ stetig!

insbesondere bei $x=0$ und $x=d$!

p, E vorgegeben;

4 Anschlussbedingungen (Stetigkeit von ψ, ψ'
in $x=0, x=d$)

→ determinieren r, t, s, u !

physikalische Bedeutung von r, t :

$$R = |r|^2 \quad : \quad \text{Reflexionskkt.}$$

$$T = |t|^2 \quad : \quad \text{Transmissionskkt.}$$

Wahrscheinlichkeitsstromdichte:

$$|\psi(x,t)|^2 \quad \text{Wkt.dichte,} \quad \int_{\mathbb{R}} |\psi(x,t)|^2 dx \stackrel{!}{=} 1$$

$$\underline{\underline{\frac{d}{dt} |\psi(x,t)|^2}} = \frac{d}{dt} (\psi^* \psi) = \underline{\dot{\psi}^*} \psi + \psi^* \underline{\dot{\psi}}$$

$$= + \frac{i\hbar}{2m} \psi^{*''} \psi + \cancel{\frac{i}{\hbar} u(x) \psi^* \psi} - \frac{i\hbar}{2m} \psi^* \psi''$$

$$\dot{\psi} = -\frac{i}{\hbar} \left(\frac{\hbar^2}{2m} \psi'' + u(x) \psi \right) \quad - \cancel{\frac{i}{\hbar} u(x) \psi^* \psi}$$

$$= \frac{i\hbar}{2m} \frac{\partial}{\partial x} (\psi^* \psi - \psi^* \psi')$$

$$= -\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\hbar}{m} \operatorname{Im} \left(\psi^* \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) \right] =: j(x,t)$$

$$\rightarrow \frac{d}{dt} |\psi(x,t)|^2 + \frac{\partial}{\partial x} j(x,t) = 0$$

mit Wkt. Stromdichte

$$j(x,t) = \frac{\hbar}{m} \operatorname{Im} \psi^*(x,t) \frac{\partial}{\partial x} \psi(x,t)$$

3D:

$$\frac{d}{dt} |\psi(\vec{r},t)|^2 + \operatorname{div} \vec{j}(\vec{r},t) = 0$$

$$\vec{j}(\vec{r},t) = \frac{\hbar}{m} \operatorname{Im} \psi^*(\vec{r},t) \vec{\nabla} \psi(\vec{r},t)$$

$$\psi(x) = e^{ikx} + r e^{-ikx} \rightarrow j(x) = \frac{\hbar k}{m} (1 - |r|^2)$$

$$\psi(x) = t e^{ikx} \rightarrow j(x) = \frac{\hbar k}{m} |t|^2$$

$$\text{Wkts. Erhaltung} \rightarrow 1 - |r|^2 = |t|^2$$

$$\rightarrow |t|^2 = T \quad \text{Transmissionskoeff.}$$