Institut für Theoretische Physik
der Universität zu Köln

Rochus Klesse

Theoretische Physik I (Lehramt) – Blatt 2

Wintersemester 2022/23

Webpage: *http://www.thp.uni-koeln.de/~rk/tp1_22.html/*

Abgabe: bis **Mittwoch, 26.10.22, 10:00** in elektronischer Form per ILIAS unter https://www.ilias.uni-koeln.de/ilias/goto_uk_crs_4872329.html

5. Zur Diskussion

0 Punkte

a) Wie zeigt man, dass Gesamtimpuls $\vec{P} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$ und Gesamtdrehimpuls $\vec{L} = \vec{l}_1 + \vec{l}_2$ zweier wechselwirkender Teilchen konstant sind?

b) Weshalb bewegt sich der Schwerpunkt eines abgeschlossenen Systems mit konstanter Geschwindigkeit?

c) Was kann man über die zweitliche Änderung von Impuls und Drehimpuls eines *nicht* abgeschlossenden Systems sagen?

6. Bewegung in zwei Dimensionen

2+2+1=5 Punkte

Ein Körper der Masse m bewegt sich in der Ebene unter der ortsabhängigen Kraft

$$\vec{F}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = -\begin{pmatrix} k\,x \\ 4k\,y \end{pmatrix},$$

wobei k eine positive Konstante ist.

a) Bestimmen Sie eine allgemeine Lösung $\vec{r}(t)$ der Bewegungsgleichung.

b) In geeigneten dimensionslosen Einheiten sei nun $m = 1$, $k = 1$. Skizzieren Sie die Bahn des Körpers in der xy-Ebene für Anfangsbedingungen $\vec{r}_0 = (0, 0)$ und $\vec{v}_0 = (1, 1)$ bei $t = 0$.

c) Sind Impuls und Drehimpuls des Körpers Erhaltungsgrößen?

7. Drehimpulserhaltung

5 Punkte

Ein Asteroid läuft auf einer stark elliptischen Bahn um die Sonne. Er nähert sich der Sonne bis auf eine minimale Entfernung von $0.14\,AE$ und erreicht hier seine maximale Geschwindigkeit von $110\,km/s$. Mit welcher Geschwindigkeit bewegt er sich am sonnenfernsten Punkt seiner Bahn in einer Entfernung von $2.43\,AE$?

8. Schwerpunkt

2+3+3+2=10 Punkte

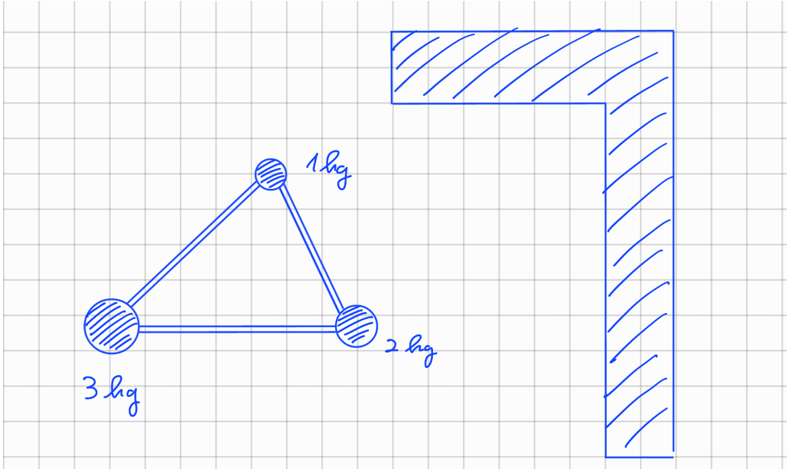
a) Wie ist der Schwerpunkt eines N-Teilchen-Systems definiert?

b) Zeigen Sie, dass der Schwerpunkt eines Systems aus zwei Massepunkten die Verbindungsstrecke der beiden Massepunkte im umgekehrten Verhältnis ihrer Massen teilt.

c) S_A und S_B seien die Schwerpunkte zweier *ausgedehnter* Systeme A und B mit Massen M_A und M_B. Zeigen Sie, dass der Schwerpunkt S des Gesamtsystems AB auch hier die Verbindungsstrecke der beiden Schwerpunkte S_A und S_B im umgekehrten Verhältnis der Massen teilt.

Hinweis: Fassen Sie die ausgedehnten Systeme A und B aus (vielen) Punktmassen zusammengesetzt auf und verwenden Sie dann den allgemeinen Ausdruck für den Schwerpunktsvektor $\vec{R}$. Zu zeigen ist dann offenbar $\vec{R} \stackrel{!}{=} \frac{1}{M_A+M_B}(M_A\vec{R}_A + M_B\vec{R}_B)$.

d) Bestimmen Sie zeichnerisch die Schwerpunkte der abgebildeten Systeme. Nutzen Sie dabei Symmetrien und die in **c)** gezeigte Beziehung.



e) Erde und Mond sind etwa 60 Erdradien entfernt. Die Erde ist etwa 81 Mal schwerer als der Mond. In welchem Abstand zum Erdmittelpunkt befindet sich etwa der gemeinsame Schwerpunkt von Erde und Mond?

9. Träge und schwere Masse *10 Punkte*

Für einen experimentellen Test des schwachen Äquivalenzprinzips, d.h. der strikten Proportionalität von träger Masse m und schwerer Masse μ, befördern wir zwei Testkörper in eine exakt kreisförmige Umlaufbahn um die Erde. m_1 und μ_1 seien träge und schwere Masse des ersten Testkörper aus Titan, m_2 und μ_2 entsprechend für den zweiten Testkörper aus Palladium. Wir nehmen an, dass sich zum Zeitpunkt $t_0 = 0$ die Testkörper nahe beieinander im Abstand s_0 befinden und sich beide nahezu parallel auf der Umlaufbahn bewegen. Nach einer Erdumrundung zur Zeit $t_1 = T$ beider Testkörper ermitteln wir den Abstand s_1. Aus einer etwaigen Differenz $\Delta s = |s_1 - s_0|$ wollen wir auf eine Verletzung der strikten Proportionalität schließen*****. Dazu bilden wir aus den Massenverhältnissen

$$\lambda_1 = \frac{\mu_1}{m_1}\,, \qquad \lambda_2 = \frac{\mu_2}{m_2},$$

die dimensionslose Größe

$$\varepsilon \;=\; \frac{|\lambda_1 - \lambda_2|}{\lambda_1}.$$

Diese Größe ist offenbar ein Maß für eine etwaige Verletzung des schwachen Äquivalenzprinzips. Zeigen Sie, dass sich ε anhand Δs gemäß der Relation

$$\varepsilon = \frac{1}{\pi}\frac{\Delta s}{R}$$

bestimmen lässt (in sehr guter Näherung für $\varepsilon \ll 1$). Hierbei ist R der Radius der Umlaufban. Mit welcher Genauigkeit muss Δs bestimmt werden, um bei einer erdnahen Umlaufbahn mit $R = 6400km$ hypothetische Werte von $\varepsilon = 10^{-4}$ bzw. $\varepsilon = 10^{-15}$ zu detektieren?

(*) wichtiger Hinweis: Hier gehen wir davon aus, dass die gravitative Wechselwirkung *zwischen* den Testkörpern vernachlässigbar klein ist.
Anleitung: Argumentieren Sie, dass ein Testkörper eine gravitative Erdanziehungskraft der Form

$$\vec{F}_s = -\alpha(r)\,\mu\,\vec{e}_r$$

erfährt, wobei $\alpha(r) > 0$. Bestimmen Sie hieraus die Winkelgeschwindigkeiten ω_1 und ω_2 der beiden Testkörper auf der kreisförmigen Umlaufbahn. Zeigen Sie damit, dass $\varepsilon = \frac{|\omega_1^2 - \omega_2^2|}{\omega_1^2}$ $(\approx \frac{2}{\omega_1}|\omega_1 - \omega_2|)$ und leiten Sie daraus die zu zeigende Beziehung ab.