

Theoretische Physik I (Lehramt) – Blatt 1 Lösungen

Wintersemester 2022/23

1. Kraft

 a) Masse: m

 Radius: R

 Winkelgeschwindigkeit: $\omega(t) = \omega_0 + vt$

$$\vec{F}(t) = m \vec{a}(t) \quad (1)$$

$$\vec{a}(t) = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \ddot{\vec{r}} = (\ddot{r} - r\dot{\phi}^2)\vec{e}_r + (r\ddot{\phi} + 2\dot{r}\dot{\phi})\vec{e}_\phi \quad (2)$$

$$\vec{r}(t) = R \begin{pmatrix} \cos \omega(t)t \\ \sin \omega(t)t \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$(4)$$

Es gibt zwei Methoden (die gleich sind): erstens die Verwendung der rechten Seite von Gleichung 2 und zweitens die Verwendung der linken Seite.

die linke Seite:

$$\vec{a}(t) = \frac{d}{dt} \left[R \begin{pmatrix} -(\omega_0 + 2vt) \sin \omega(t)t \\ (\omega_0 + 2vt) \cos \omega(t)t \\ 0 \end{pmatrix} \right] = R \begin{pmatrix} -[2v \sin \omega(t)t + (\omega_0 + 2vt)^2 \cos \omega(t)t] \\ 2v \cos \omega(t)t - (\omega_0 + 2vt)^2 \sin \omega(t)t \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$= 2Rv \begin{pmatrix} -\sin \omega(t)t \\ \cos \omega(t)t \\ 0 \end{pmatrix} - R(\omega_0 + 2vt)^2 \begin{pmatrix} \cos \omega(t)t \\ \sin \omega(t)t \\ 0 \end{pmatrix} = 2Rv\vec{e}_\phi(t) - R(\omega_0 + 2vt)^2\vec{e}_r(t) \quad (6)$$

die rechte Seite:

$$\vec{a}(t) = (\ddot{r} - r\dot{\phi}^2)\vec{e}_r + (r\ddot{\phi} + 2\dot{r}\dot{\phi})\vec{e}_\phi = (0 - R(\omega_0 + 2vt)^2)\vec{e}_r + (2Rv + 0)\vec{e}_\phi \quad (7)$$

$$\boxed{\vec{F}(t) = m \vec{a}(t) = 2mRv\vec{e}_\phi(t) - mR(\omega_0 + 2vt)^2\vec{e}_r(t)} \quad (8)$$

b)

$$\vec{F}(t) = m \vec{a}(t) = -mR\omega^2\vec{e}_r \quad (9)$$

Dabei zeigt das *Minuszeichen* die Richtung der Kraft entlang der r-Achse (\vec{e}_r) an. Der absolute Wert von $\vec{F}(t)$ ist:

$$\omega = \frac{|\vec{v}|}{R} \quad (10)$$

$$v = 100 \text{ km/h} = 100 \times \frac{1000}{3600} \text{ m/s} \quad (11)$$

$$\boxed{|\vec{F}(t)| = mR\omega^2 = mR\left(\frac{|\vec{v}|}{R}\right)^2 = m\frac{|\vec{v}|^2}{R} = 80 * \frac{(27.7)^2}{20} = 3069.1 \text{ N} \approx 3 \text{ kN}} \quad (12)$$

2. Bahn

a)

da der Massenpunkt eine konstante Kraft erfährt, hat er auch eine konstante Beschleunigung

$$\vec{F}_0 = m \vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}_0}{m} \quad (13)$$

die Bahn $\vec{r}(t)$ des Massenpunkts:

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{a} t^2 = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \frac{\vec{F}_0}{m} t^2 \quad (14)$$

b) $m = 1 \text{ kg}$
 $\vec{F}_0 = 1 \text{ N } \vec{e}_1$
 $\vec{r}_0 = 0$
 $\vec{v}_0 = 1 \text{ m/s } \vec{e}_2$

$$\vec{r}(t) = t \vec{e}_2 + \frac{1}{2} \frac{1 \text{ N}}{1 \text{ kg}} t^2 \vec{e}_1 = t \vec{e}_2 + \frac{1}{2} t^2 \vec{e}_1 \quad (15)$$

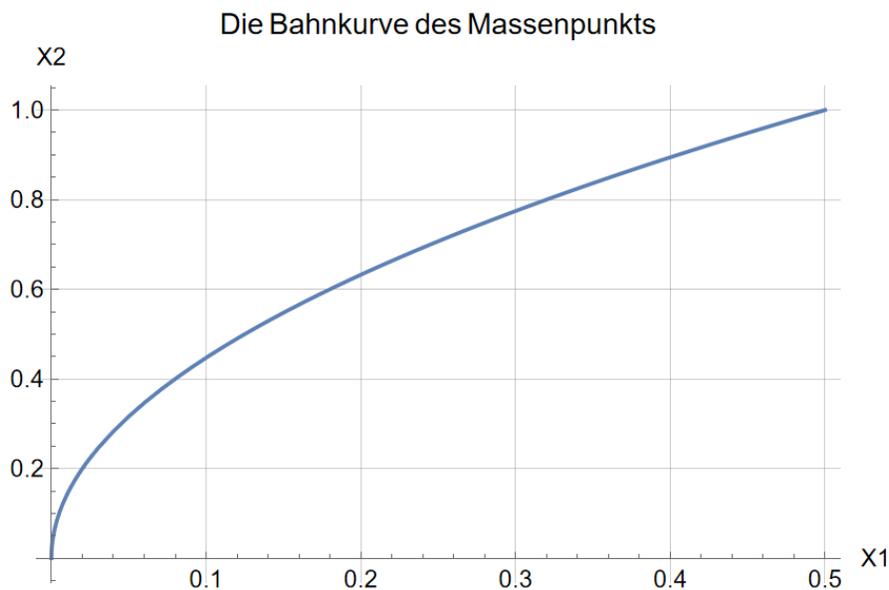
$$= X_1 \vec{e}_1 + X_2 \vec{e}_2 \quad (16)$$

$$X_1 = \frac{1}{2} t^2 \quad (17)$$

$$X_2 = t \quad (18)$$

$$X_2 = \sqrt{2X_1} \quad (19)$$

Bitte beachten Sie, dass X_1 und X_2 zwar eine Funktion der Zeit sind, aber eine Längengröße haben, und daher ihre Einheit Meter ist.



3. Massenbestimmung

a)

m_1 und m_2 rotieren mit der Winkelgeschwindigkeit ω um den geradlinig bewegten Schwerpunkt s .

b)

Nach dem 3. Newtonschen Gesetz: Eine Kraft von Körper A auf Körper B geht immer mit einer gleich großen, aber entgegengerichteten Kraft von Körper B auf Körper A einher.

$$|\vec{F}_{12}| = |-\vec{F}_{21}| \quad (20)$$

$$|m_1 \vec{a}_1| = |m_2 \vec{a}_2| \quad (21)$$

$$\vec{r}_1(t) = \begin{pmatrix} x_1 + v_1 t + 3R \cos \omega t \\ x_2 + v_2 t + 3R \cos \omega t \\ x_3 + v_3 t \end{pmatrix} \quad (22)$$

$$\vec{a}_1(t) = -3R\omega^2 \vec{e}_r \quad (23)$$

$$\vec{r}_2(t) = \begin{pmatrix} x_1 + v_1 t - R \cos \omega t \\ x_2 + v_2 t - R \cos \omega t \\ x_3 + v_3 t \end{pmatrix} \quad (24)$$

$$\vec{a}_2(t) = R\omega^2 \vec{e}_r \quad (25)$$

$$(26)$$

$$m_2 = \frac{|\vec{a}_1|}{|\vec{a}_2|} m_1 = \frac{3R\omega^2}{R\omega^2} m_1 = 3kg \quad (27)$$

4. Sandkorn

Ein Punkt, der sich um einen Kreis bewegt, fühlt eine Kraft, die auf den Mittelpunkt des Kreises gerichtet ist, und eine Geschwindigkeit, die tangential dazu verläuft (wie unten dargestellt).

Wenn die Zentripetalkraft wegfällt, setzt der Punkt seine Bewegung entlang der Geschwindigkeitsrichtung fort; denken Sie an das 1. Newtonsche Gesetz.

Die richtige Antwort ist daher b

