

Theoretische Physik I (Lehramt) – Blatt 10 Lösungen

Wintersemester 2022/23

42. Photonen

a)

Die relativistische Energie eines freien Teilchens der Ruhemasse m und der Geschwindigkeit $\vec{v}$ ist

$$E = m\gamma_v c^2 = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (1)$$

$$E^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = (mc^2)^2 \Rightarrow 1 - \frac{v^2}{c^2} = \left(\frac{mc^2}{E}\right)^2 \quad (2)$$

$$1 - \left(\frac{mc^2}{E}\right)^2 = \frac{v^2}{c^2} \Rightarrow \frac{v}{c} = \sqrt{1 - \left(\frac{mc^2}{E}\right)^2} \quad (3)$$

b)

$$\lim_{m \rightarrow 0} \left(\frac{v}{c} = \sqrt{1 - \left(\frac{mc^2}{E}\right)^2}\right) \quad (4)$$

$$\frac{v}{c} = \lim_{m \rightarrow 0} \sqrt{1 - \left(\frac{mc^2}{E}\right)^2} \approx 1 \Rightarrow v = c \quad (5)$$

c)

masselose Photonen $\Rightarrow m = 0$

Relativistische Energie-Impuls-Beziehung:

$$E^2 = (mc^2)^2 + (c|\vec{p}|)^2 = (c|\vec{p}|)^2 \quad (6)$$

$$|\vec{p}| = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} \quad (7)$$

43. Massenverlust der Sonne

$$E = Mc^2 \rightarrow \frac{d}{dt}E = \frac{d}{dt}Mc^2 \quad (8)$$

$$\dot{M} = \frac{\dot{E}}{c^2} = \frac{1}{c^2} 4\pi R^2 \cdot I \quad (9)$$

$$R = 1.5 \times 10^{11} \text{ m} \quad \text{und} \quad I = 1400 \frac{\text{J}}{\text{sm}^2} \quad (10)$$

$$\Rightarrow \dot{M} = 3.2 \times 10^9 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \quad (11)$$

Kraft = absorbierter Impuls pro Zeiteinheit

Für masselose Photonen ist $E = c|p|$ daher

$$\text{Impulsstromdichte} = \frac{\text{Energiestromdichte}}{c} = \frac{I}{c} = \frac{1400 \text{ J}}{c} \quad (12)$$

$$\Rightarrow \left| \vec{F} \right| = A \cdot \frac{I}{c} \xrightarrow{A=1\text{m}^2} \left| \vec{F} \right| = 5 \times 10^{-6} \text{ N} \quad (13)$$

44. Inelastischer Stoß

nach Impulserhaltungssatz

$$p_{\text{initial}} = p_{\text{final}} \quad (14)$$

$$p_1 + p_2 = p_{\text{final}} \quad \text{und} \quad p_{1/2} = m\gamma_{0.9} \left(\frac{c}{\pm 0.9c} \right) \quad \text{und} \quad p_{\text{final}} = M\gamma_{v'} \left(\frac{c}{v'} \right) \quad (15)$$

Geschwindigkeit $v' = 0$ und $M = 2m \frac{\gamma_{0.9}}{\gamma_0} = 4.6m$