Institut für Theoretische Physik
der Universität zu Köln

Rochus Klesse
Zeynab Tavakoli

Theoretische Physik I (Lehramt) – Blatt 3 Lösungen

Wintersemester 2022/23

11. Das Gewicht eines schaukelnden Hamsters
a)
Um zu beweisen dass die Waage ein zeitlich variables Gewicht $W(t)$ anzeigt, müssen wir bestätigen, dass die Zeitableitung von $W(t)$ ungleich Null ist.

$$\overrightarrow{F} = \sum_i m_i \overrightarrow{a}_i \tag{1}$$

$$M\ddot{z}(t) = W(t)g - Mg \Rightarrow W(t) = M(\frac{\ddot{z}(t)}{g} + 1) \tag{2}$$

$\ddot{z}(t)$ ist eine Funktion der Zeit, was bedeutet, dass $\frac{d}{dt}W(t) \neq 0$.
b)

$$\bar{W} = \frac{1}{T}\int_0^T W(t)dt \tag{3}$$

nach Gleichung (2)

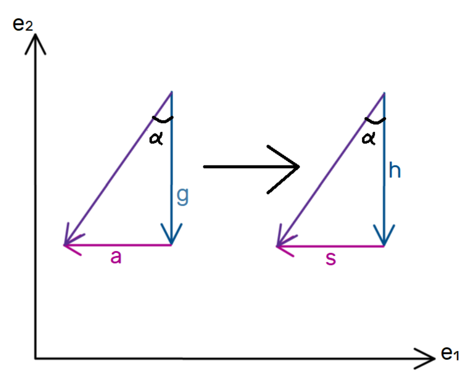
$$\bar{W} = \frac{1}{T}\int_0^T M(\frac{\ddot{z}(t)}{g} + 1)dt = \frac{M}{T}\int_0^T (\frac{\ddot{z}(t)}{g} + 1)dt = \frac{M}{T}T + \frac{M}{gT}\int_0^T \ddot{z}(t)dt \tag{4}$$

$$= M + \frac{M}{gT}(\dot{z}(T) - \dot{z}(0)) \xrightarrow{\dot{z}(T)=\dot{z}(0)} \bar{W} = M \tag{5}$$

12. Förderband

$$F = \frac{d}{dt}P_x = \frac{d}{dt}(Itv_0) = Iv_0 \tag{6}$$

13. Freier Fall im beschleunigenden ICE
bezüglich k' wirkt neben Schwerkraft $-mg\overrightarrow{e_2}$, Scheinkraft $\overrightarrow{F_s'} = -ma\overrightarrow{e_1}$
Wir beginnen mit der Definition von Kraft



$$\overrightarrow{F} = \sum_i m_i \overrightarrow{a_i} \tag{7}$$

$$m\ddot{\overrightarrow{r'}}(t) = m(-g\overrightarrow{e_2} - a\overrightarrow{e_1}) \tag{8}$$

Im k' freier fall mit effektiver schwerebeschleunigung g'

$$\overrightarrow{g'} = -g\overrightarrow{e_2} - a\overrightarrow{e_1}' = \left|\overrightarrow{g'}\right| = \sqrt{a^2 + g^2} = \sqrt{(0.5)^2 + (9.8)^2} = 9.82m/s^2 \tag{9}$$

s=die Entfernung vom Punkt lotrecht unter dem Ausgangsort schlägt die Münze auf dem Boden auf.

$$\tan\alpha = \frac{a}{g} = \frac{s}{h} \Rightarrow s = h\frac{a}{g} = 2\frac{0.5}{9.8} = 0.10m = 10cm \tag{10}$$

14. Energieerhaltung

$$F_{12}(\overrightarrow{r_{12}}) = -\frac{\alpha}{r_{12}^2}\hat{r}_{12} = -F_{21}(\overrightarrow{r_{21}}) \tag{11}$$

$$\alpha = Gm_1m_2 \tag{12}$$

$$\Rightarrow U_{12}(r) = U_{21}(r) = -\frac{\alpha}{r} \tag{13}$$

a)

$$E = \sum(E_{Kinetisch} + E_{Potenziell}) \tag{14}$$

$$= \frac{m_1}{2}\left|\dot{\overrightarrow{r_1}}\right|^2 + \frac{m_2}{2}\left|\dot{\overrightarrow{r_2}}\right|^2 + \frac{1}{2}(U_{12}(r_{12}) + U_{21}(r_{21})) \tag{15}$$

$$\xrightarrow{U_{12}=U_{21}} E = \frac{m_1}{2}\left|\dot{\overrightarrow{r_1}}\right|^2 + \frac{m_2}{2}\left|\dot{\overrightarrow{r_2}}\right|^2 + U_{12}(r_{12}) \tag{16}$$

E in der obigen Gleichung ist eine Funktion von $\dot{r}$ und U, die selbst eine Funktion der Zeit sind. Daher ist $E = E(t)$.
Um zu beweisen, dass E konstant ist, müssen wir zeigen, dass seine zeitliche Ableitung Null ist.

$$\dot{E} = \dot{T} + \dot{U} = \frac{m_1}{2}\frac{d}{dt} < \dot{\overrightarrow{r_1}}, \dot{\overrightarrow{r_1}} > + \frac{m_2}{2}\frac{d}{dt} < \dot{\overrightarrow{r_2}}, \dot{\overrightarrow{r_2}} > + \frac{d}{dt}U_{21}(r_{21}) \tag{17}$$

$$= \frac{m_1}{2}2 < \ddot{\overrightarrow{r_1}}, \dot{\overrightarrow{r_1}} > + \frac{m_2}{2}2 < \ddot{\overrightarrow{r_2}}, \dot{\overrightarrow{r_2}} > + < gradU_{21}(r_{21}), \dot{\overrightarrow{r_2}} > \tag{18}$$

$$=< \overrightarrow{F_{12}}, \dot{\overrightarrow{r_1}} > + < \overrightarrow{F_{21}}, \dot{\overrightarrow{r_2}} > + U'_{12}(r_{12}) < \overrightarrow{r_{12}}, \dot{\overrightarrow{r_1}} - \dot{\overrightarrow{r_2}} > \tag{19}$$

$$U'_{12}(r_{12}) < \overrightarrow{r_{12}}, \dot{\overrightarrow{r_1}} - \dot{\overrightarrow{r_2}} > = < -\overrightarrow{F_{12}}, \dot{\overrightarrow{r_1}} - \dot{\overrightarrow{r_2}} > = - < \overrightarrow{F_{12}}, \dot{\overrightarrow{r_1}} > - < \overrightarrow{F_{21}}, \dot{\overrightarrow{r_2}} > \tag{20}$$

$$\Rightarrow \dot{E} = 0 \tag{21}$$