

Zeitdilatation

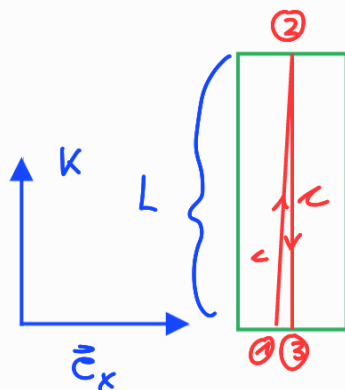
„bewegte Uhren laufen langsamer“

anschaulich am Beispiel einer Lichtuhr:

(i) einfach zu analysieren

(ii) gemäß Relativitätsprinzip äquivalent
zu allen anderen Arten von Uhren

a)

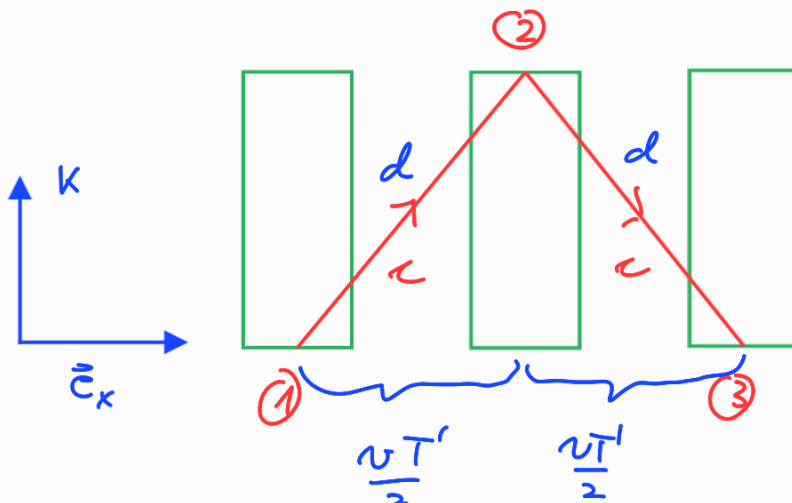


→ Taktzeit im Ruhesystem

h der Uhr:

$$T = \frac{2L}{c}$$

b) dieselbe Uhr aus K' betrachtet, das sich
mit $\vec{v} = -v \vec{e}_x$ relativ zu K bewegt:



→ Zeitdauer, die in K' während eines Takts der bewegten Uhr vergeht:

$$T' = \frac{2d}{c}$$

wegen $d > L$ also $T' > T$

Zeitdilatation!

quantitativ:

$$\left(\frac{cT'}{2}\right)^2 = d^2 = \left(\frac{vT'}{2}\right)^2 + L^2 \quad \begin{array}{l} T = 2L/c \\ \downarrow \end{array} = \left(\frac{vT'}{2}\right)^2 + \left(\frac{cT}{2}\right)^2$$

$\uparrow$
 $T' = \frac{2d}{c}$

$$\rightarrow T'^2 = \left(\frac{v}{c} T'\right)^2 + T^2$$

d.h.

$$T' = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} T$$

bewegte Uhr läuft um Faktor $\sqrt{1-v^2/c^2}$
langsamer!

→ physikalischen Gesetze im bewegten System
laufen dort unverändert ab nur wenn
Zeit generell um Faktor $\sqrt{1-v^2/c^2}$ lang-
samer abläuft; d.h.

$$t' = \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} t$$

↑
Dauer des Vorgangs
des k' bestimmt

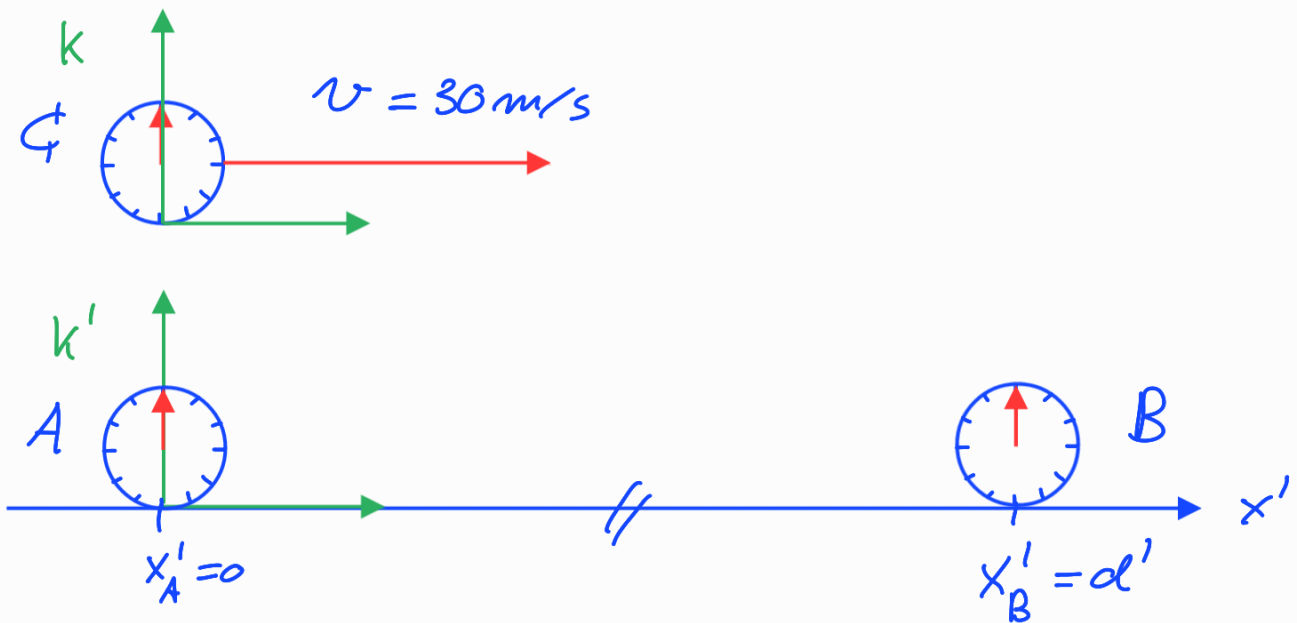
↑
Dauer eines beliebigen
Vorgangs im bewegten
System k

realer Effekt?

↗ d.h. beobachtbar!

↳ Beispiele: →

1)



Uhr G bewegt sich mit Geschw. $v = 30 \text{ m/s}$ von A nach B in $d' = 1000 \text{ km}$ Entfernung. Bei A starten Uhren A und G bei Zeit $t'_A = t'_C = 0$;

- Welche Zeit t_c zeigt Uhr G an, wenn sie B passiert?

$$\rightarrow t'_B = d'/v$$

- $\Delta t = t_c - t'_B = ?$

- $\Delta t / t'_B = ?$



$$t_B' = \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} t_c$$

$$\rightarrow t_c = \sqrt{1-v^2/c^2} t_B'$$

$$\rightarrow \Delta t = t_c - t_B' = \left(1 - \sqrt{1-v^2/c^2}\right) t_B'$$

$$\approx \frac{v^2}{2c^2} t_B'$$

$\uparrow v \ll c$

mit $t_B' = d'/v$ also

$$\bullet \quad \underline{\Delta t} = \frac{v d'}{2c^2} = \frac{3 \cdot 10^7}{2(3 \cdot 10^8)^2} \text{ s} = \frac{1}{6} 10^{-9} \text{ s} = \underline{\underline{0.16 \text{ ns}}}$$

$$\bullet \quad \frac{\Delta t}{t_B'} = \frac{v^2}{2c^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{30}{3 \cdot 10^8} \right)^2 = \underline{\underline{\frac{1}{2} 10^{-17}}}$$

$\nearrow$
mittels Atomuhr messbar!

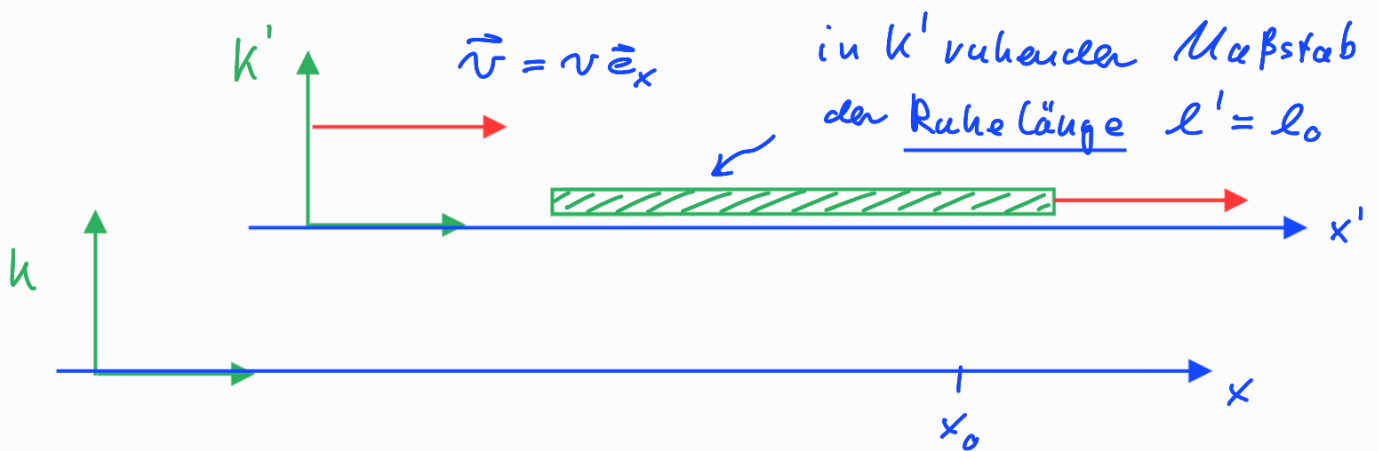
┌ vgl. Hafele-Keating-Experiment: Atomuhr im
Flugzeug von Washington nach London $\rightarrow \Delta t \approx 40 \text{ ns}$!
im Übereinstimmung mit Zeitdilatation! └

2) verzögerter Myonzerfall: vgl. Übg. 36.

Längenkontraktion

„bewegte Maßstäbe sind verkürzt!“

hier als Folge der Zeitdilatation:



Länge des Maßstabs in K : $l = ?$

Ereignis A: Stabaufgang passiert x_0 zur Zeit t_A

Ereignis B: Stabende passiert x_0 zur Zeit t_B

$$\rightarrow \Delta t = t_B - t_A$$

$$\rightarrow l = v \cdot \Delta t \quad !$$

daselbe aus K' betrachtet:

Ereignis A: Punkt X_0 passiert Stabaufgang zur Zeit t'_A

Ereignis B: Punkt X_0 passiert Stabende zur Zeit t'_B

$$\rightarrow \Delta t' = t'_B - t'_A$$

$$\rightarrow l_0 = l' = \Delta t' \cdot v$$

$$\rightarrow \frac{l}{l'} = \frac{\Delta t}{\Delta t'} = \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

$$\Delta t' = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \Delta t$$

d.h.

$$l = \sqrt{1 - v^2/c^2} l_0$$

Länge in K

Ruהלänge in K'

