

Gaußsches Gesetz der Gravitation

Elektrostatik

$$\operatorname{div} \vec{E} = \rho / \epsilon_0$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = \vec{0}$$



$$F(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q q'}{r^2} \hat{r}$$

SS

$$\operatorname{div} \vec{G} = -4\pi\gamma\rho$$

$$\operatorname{rot} \vec{G} = \vec{0}$$



$$F_g(r) = -\gamma \frac{Mm}{r^2} \hat{r}$$

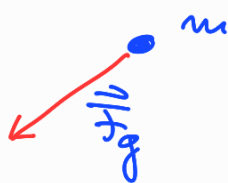
↑ Feldgleichungen für das Gravitationsfeld

$G(\vec{r})$; def. durch

$$\vec{G}(r) = \vec{F}_g(r) / m$$



Gravitationskraft auf
Testmasse m am
Ort $\vec{r}$



Massenverteilung S

→ integrale Form:

$$\int_{\partial V} \vec{G} d\vec{f} = -4\pi\gamma M_V$$

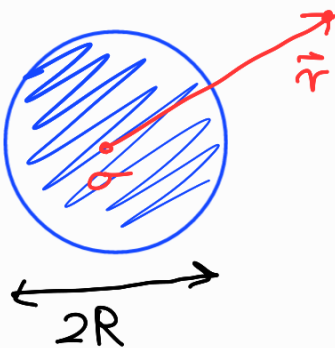
Fluss von $\vec{G}$ durch
Oberfläche ∂V des
Volumens V

In M_V enthaltene
Masse

Beispiel:

Gravitationsfeld einer kugelsymmetrischen

Massenverteilung innerhalb K_R , Gesamtmasse M



Wir zeigen: für $|\vec{r}| > R$
ist

$$\vec{G} = -\gamma \frac{M}{r^2} \hat{r} !$$

$$\rightarrow \vec{F}_g = -\gamma \frac{Mm}{r^2} \hat{r}$$

symmetriekonformer Ansatz: $\vec{G}(\vec{r}) = G(r) \hat{r}$

$$\Rightarrow 4\pi r^2 G(r) = \int_{K_r} \vec{G} d\vec{\ell} = -4\pi \gamma M$$

$\hat{r} \quad r > R !$

$$\Rightarrow \vec{G}(\vec{r}) = -\gamma \frac{M}{r^2} \hat{r} \quad .$$

Magnetostatik

Grundproblem: stationäre Stromverläufe $\vec{j}(r)$

$$\Rightarrow \underline{\vec{B}(\vec{r}) = ?}$$

Gauß :

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0$$

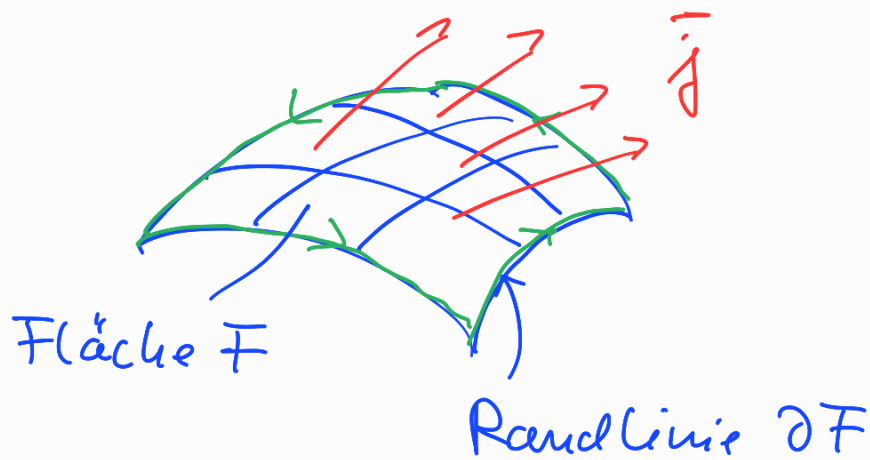
$$\Leftrightarrow \int_{\partial V} \vec{B} d\vec{\ell} = 0$$

Ampère :

$$\operatorname{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$$

integrale Form :

$$\int_{\partial F} \vec{B} d\vec{\ell} = \mu_0 I_F$$



$$I_F = \int_F \vec{j} d\vec{f} : \text{Strom durch Fläche } F$$

◦ S.v. Stokes:

$$\int_{\partial F} \vec{A} d\vec{\ell} = \int_F \underline{\underline{\text{rot } \vec{A}}} d\vec{f}$$

◦ $\int_{\partial F} \vec{B} d\vec{\ell} \stackrel{\text{Stokes}}{=} \int_F \text{rot } \vec{B} d\vec{f} = \mu_0 \underbrace{\int_F \vec{j} d\vec{f}}_{= I_F}$

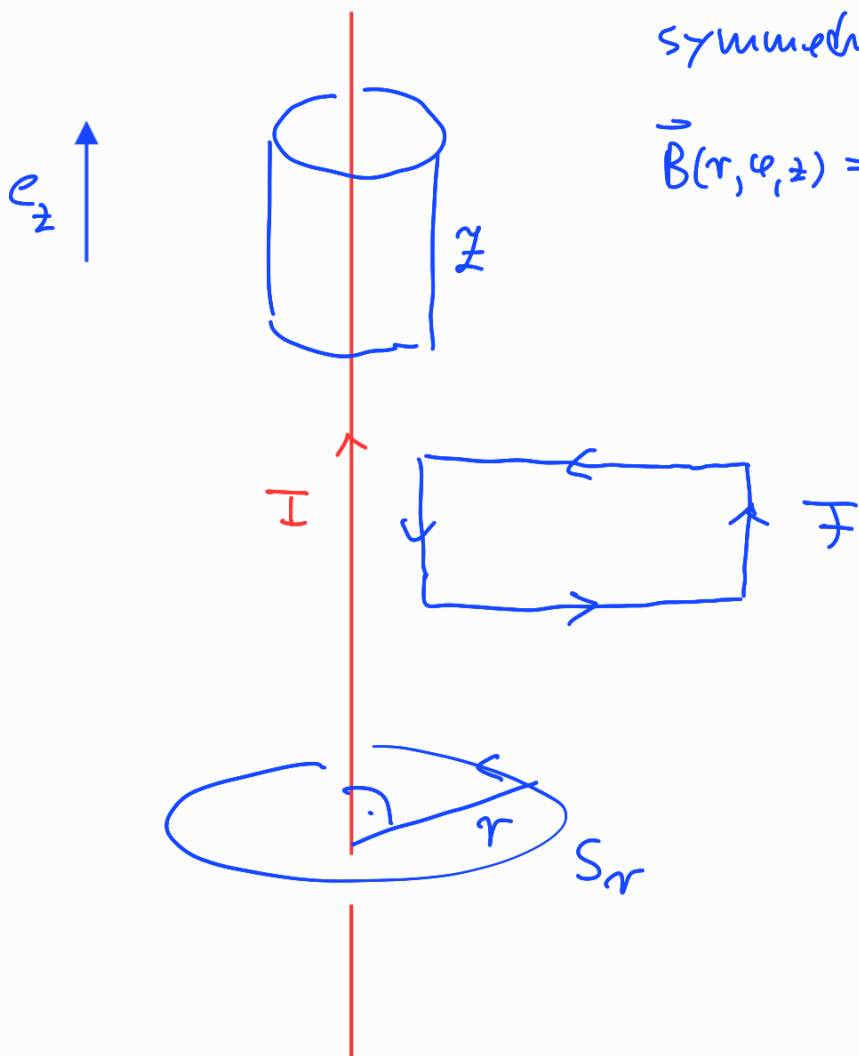
Beispiel:

Magnetfeld eines unendlich langen geraden

Drahts, der einen konst. Strom I führt $\rightarrow$

symmetrieverträglicher Ansatz

$$\vec{B}(r, \varphi, z) = \vec{B}_r(r) \vec{e}_r + \vec{B}_\varphi(r) \vec{e}_\varphi + \vec{B}_z(r) \vec{e}_z$$



- integ. Form des Gauß. Gesetz mit $V = \mathbb{R}$

$$\rightarrow B_r(r) = 0$$

- integ. Form des Amp. Gesetz mit Fläche F

$$\rightarrow B_z(r) = \text{konst} \quad (= 0)$$

- integ. Form des Amp. Gesetz mit Fläche S_r :

$$\mu_0 I = \int_{\partial S_r} \vec{B} d\vec{\ell} = 2\pi B_\varphi(r) \rightarrow B_\varphi(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

d.h.

$$\vec{B}(r, \varphi, z) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \vec{e}_\varphi$$

