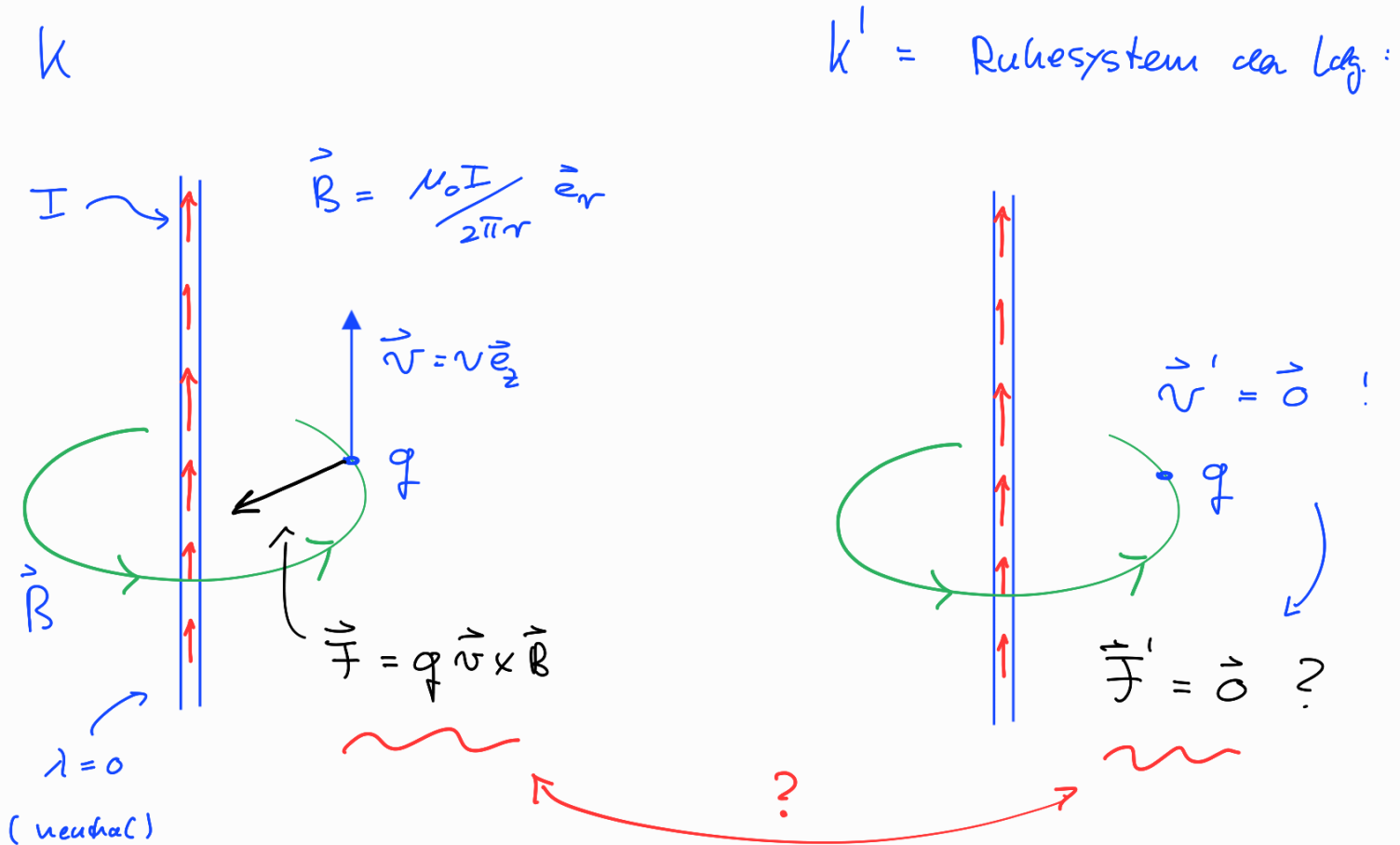


Spezielle Relativitätstheorie und Elektrodynamik

Paradoxon der verschwindenden (eigentl.) Lorentzkraft:



Auflösung: Lorentztransformation von K auf K'

führt wegen Lorentzkontraktion zu elektrisch

geladenem Draht in K' : $\lambda' \neq 0$

$\rightarrow$ elektr. Feld $\vec{E}' \neq 0 \rightarrow \vec{F}' = q \vec{E}' = \vec{F} !$

genau $\rightarrow$

mikroskopisches Modell des Strom I führenden, neutralen Drahts bzgl. k :

neutralen Drahts bzgl. k :

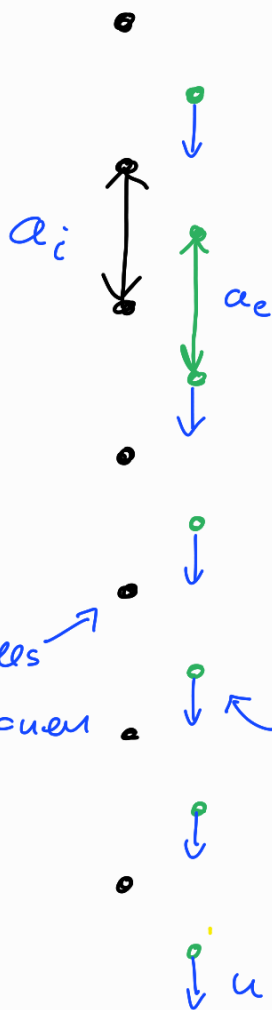
Linienladungsdichten

Ionen: $\lambda_i = e/a_i$

Elektronen $\lambda_e = -e/a_e$

$\rightarrow$ gesamt: $\lambda = e/a_i - e/a_e \stackrel{!}{=} 0$

d.h. $a_e = a_i =: a$



ruheendes
Cu-Ionen
Gitter

driftendes
"Elektronengitter",
Driftgeschwindigkeit u

$\rightarrow$ Strom $I = \lambda_e u = -eu/a_e$

Gitterkonstanten im Ruhesystem von Ionen- bzw. Elektronengitter:

$a_i^0 = a$ (k = Ruhesyst. der Ionen)

$a_e^0 = \frac{a}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$ (k bewegt sich mit Geschw. $-u$ bzgl. Ruhesyst. der Elektronen)

→ Gitterlängen in K' .

$$a'_i = (1 - v^2/c^2)^{1/2} a$$

$$a'_e = (1 - (v-u)^2/c^2)^{1/2} a_e^0 = \frac{(1 - (v-u)^2/c^2)^{1/2}}{(1 - u^2/c^2)^{1/2}} a$$

→ Linienladungsdichte $\lambda' = e/a'_i - e/a'_e$:

$$\text{d.h. } \frac{a \lambda'}{e} = \frac{1}{a'_i} - \frac{1}{a'_e}$$

$$= (1 - v^2/c^2)^{-1/2} - (1 - u^2/c^2)^{1/2} (1 - (v-u)^2/c^2)^{-1/2}$$

$$= 1 + \frac{v^2}{2c^2} - (1 - \frac{u^2}{2c^2}) (1 + \frac{(v-u)^2}{2c^2})$$

$$(1 - x^2)^{\pm 1/2} = 1 \mp \frac{1}{2} x^2 + O(x^4)$$

$$= \frac{1}{2c^2} \left\{ v^2 + u^2 - (v-u)^2 + O(\cancel{u^2, v^2}^2) \right\}$$

$$= vu/c^2 !$$

$$\text{also } \lambda' = \underbrace{\frac{e}{a}}_{\lambda = -I} \underbrace{u v/c^2}_{= -I v/c^2} = -I v/c^2$$

Gauß $\rightarrow$
$$\vec{E}'(r, \varphi, z) = \frac{\lambda'}{2\pi\epsilon_0 r} \vec{e}_r$$

$$= - \frac{I v}{2\pi\epsilon_0 r} \cdot \underbrace{\frac{1}{c^2}}_{= \mu_0 \epsilon_0} \vec{e}_r = - \frac{\mu_0 I v}{2\pi r} \vec{e}_r$$

$$\rightarrow \vec{F}' = q \vec{E}' = - \frac{\mu_0 I v q}{2\pi r} \vec{e}_r \stackrel{!}{=} \vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B}$$

Größenordnungen:

- $I = 10 \text{ A}$ durch Cu-Draht von 1 mm^2 Querschnitt:

$$u \simeq 1 \text{ mm/s} \ll c$$

- Ladungsträgerdichte in Kupfer:

$$n_e = n_i \simeq \frac{1}{10} \frac{\text{Mol}}{\text{cm}^3} \simeq \frac{1}{2} \cdot 10^{23} \text{ cm}^{-3}$$

$$\rightarrow \rho_e = -e n_e \simeq -10^4 \text{ C/cm}^3 = -\rho_i$$

Wegen dieser extrem hohen Ladungsdichten führt

Längenkontraktion trotz $u, v \ll c$ zu signifikanten Effekten!

Fazit: Ladungsdichte S und Stromdichte $\vec{j}$ müssen gemeinsam transformiert werden!

wie Zeit- und Raumkoordinaten?!

→ Vierereignisvektor $x = (ct, \vec{x}) \rightarrow x' = L_v x$

→ Vierestromdichte $j = (cS, \vec{j}) \rightarrow j' = L_v j$

$$L_v = \begin{pmatrix} \gamma & -\gamma v/c & & \\ -\gamma v/c & \gamma & & \\ & & 1 & \\ & & & 1 \end{pmatrix}$$

im Beispiel:

$$\vec{j} = \underbrace{I \delta(x_2) \delta(x_3)}_{j_1} \vec{e}_1 \rightarrow j = \begin{pmatrix} 0 \\ j_1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{S} = 0$$

$$\rightarrow j' = L_v \begin{pmatrix} 0 \\ j_1 \end{pmatrix} = \gamma \begin{pmatrix} 1 & -v/c \\ -v/c & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ j_1 \end{pmatrix} = \gamma \begin{pmatrix} -\frac{v}{c} j_1 \\ j_1 \end{pmatrix} \stackrel{||}{=} \begin{pmatrix} cS' \\ j' \end{pmatrix}$$

$$\text{d.h. } S' = -\frac{v}{c^2} j_1 = -\frac{vI}{c^2} \delta(x'_2) \delta(x'_3)$$

$\geq \lambda'$ genau wie oben!

$\vec{j} = (\rho_s, \vec{j})$ über inhomogene Wellengl.

$$\square \phi = \rho_s / \epsilon_0$$

$$\square \vec{A} = \mu_0 \vec{j}$$

$$(\square := \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \Delta)$$

mit ϕ und $\vec{A}$ verknüpft

→ Vierapotenzial $A = (\phi/c, \vec{A})$

$$A \rightarrow A' = L_v A$$

↳ Lorentztransf. der Felder
...