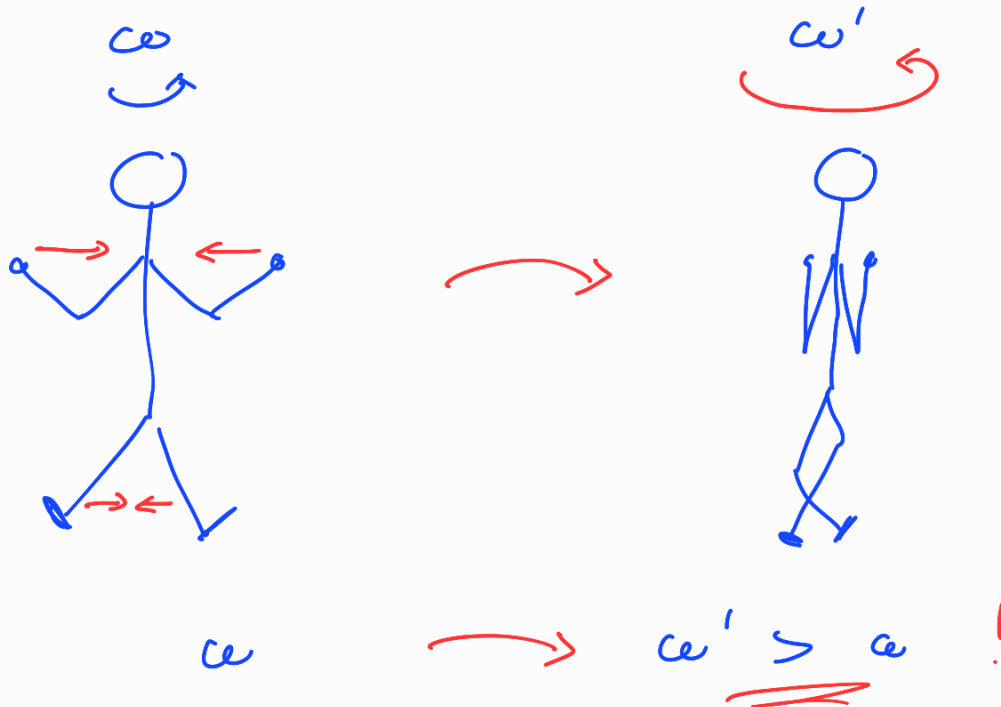


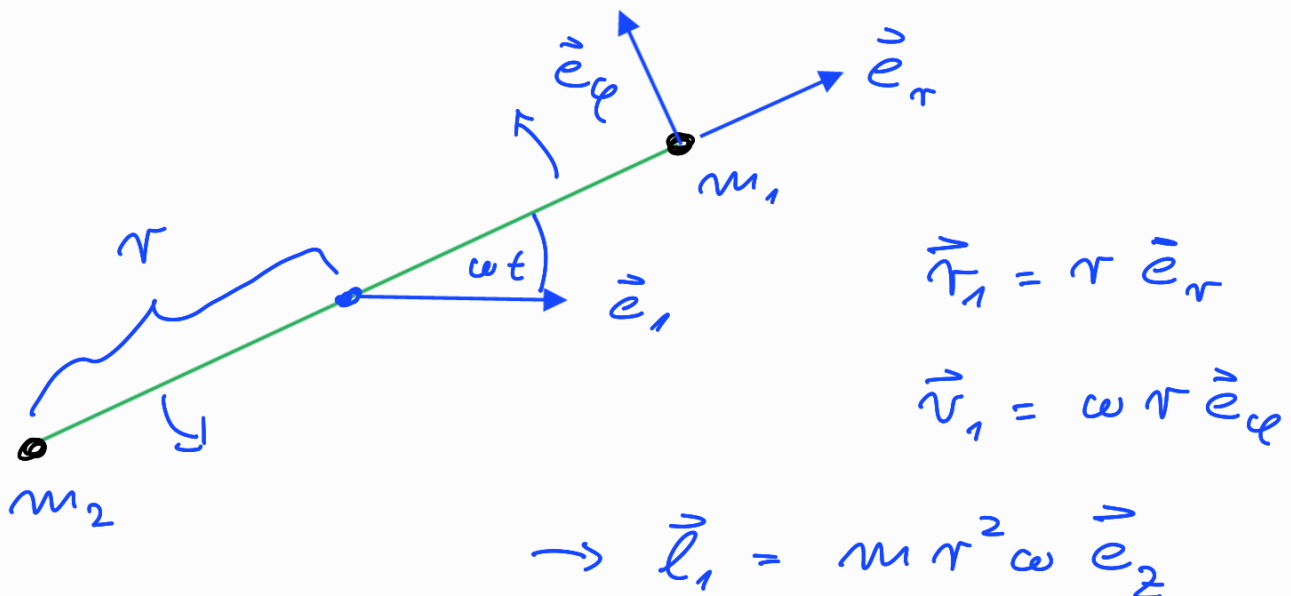
Beispiel: Drehimpuls erhaltung

→ "Pirouettenoffener"



Modell: 2 Massen $m_1 = m_2 = m$

umkreisen Schwerpunkt $S = O$ im Abstand r mit Winkelgesch. ω :



$$\begin{aligned}\vec{v}_2 &= -r \vec{e}_r & \vec{v}_2 &= -\omega r \vec{e}_\varphi \\ \vec{v}_2 &= -\omega r \vec{e}_\varphi & \vec{l}_2 &= \vec{l}_1\end{aligned}$$

$$\rightarrow \vec{L} = 2\vec{l} = 2m r^2 \omega \vec{e}_z$$

Verringerung von r auf $r' < r$ ergibt

wegen $\vec{L} = \vec{L}'$ erhöhte Winkelgesch. ω' :

$$2m r^2 \omega = |\vec{L}| = |\vec{L}'| = 2m r'^2 \omega'$$

$$\rightarrow \boxed{\omega' = \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \omega}$$

Impuls- und Drehimpulssatz

$$\vec{F}_i^{\text{ex}} \neq 0 \quad \rightarrow \quad \dot{\vec{p}} \neq \vec{0}, \quad \dot{\vec{L}} \neq 0 \quad !$$

genauer:

Impulssatz:

d.h.

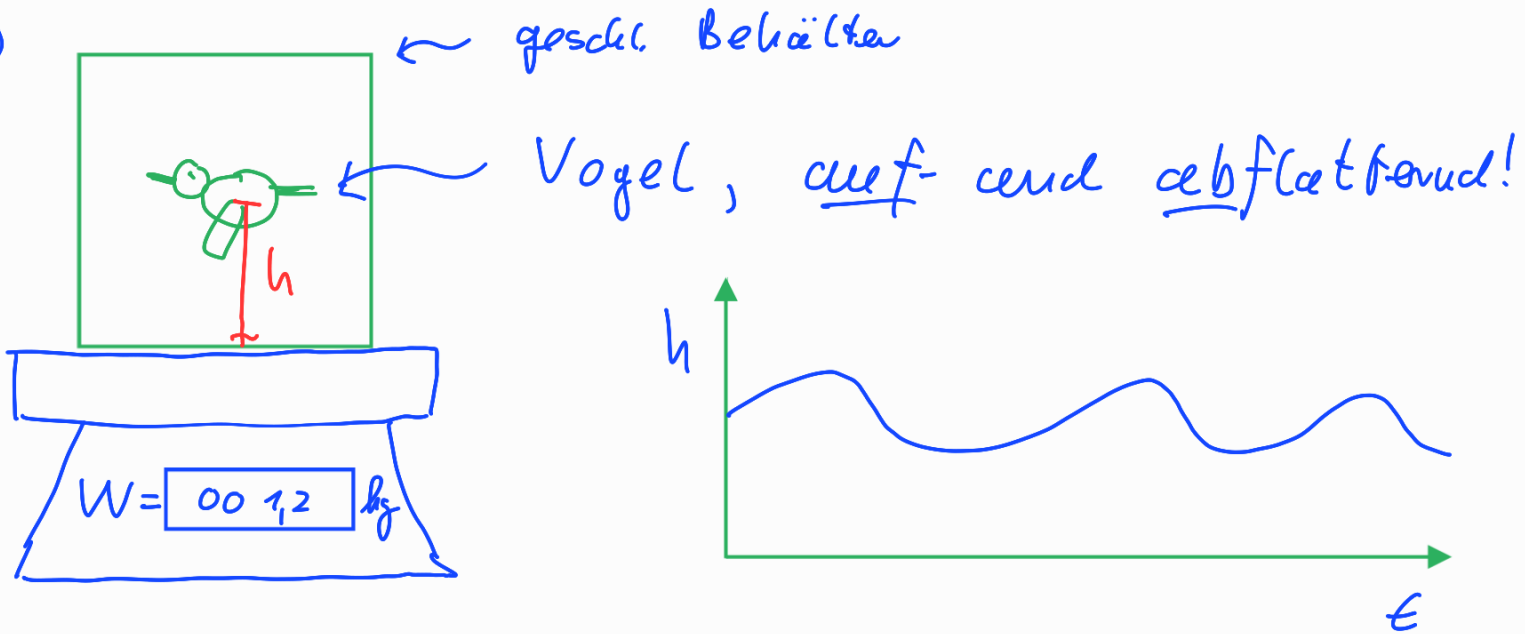
$$\boxed{\begin{aligned}\dot{\vec{p}} &= \vec{F}_{\text{ex}} \\ M \ddot{\vec{R}} &= \vec{F}_{\text{ex}}\end{aligned}} := \sum_i \vec{F}_i^{\text{ex}} : \underline{\text{externe Gesamtkraft}}$$

Drehimpulssatz:

$$\boxed{\dot{\vec{L}} = \vec{M}_{\text{ex}}} := \sum_i \vec{r}_i \times \vec{F}_i^{\text{ex}} : \underline{\text{externes Gesamtdrehmoment}}$$

Anwendung des Impulssatzes:

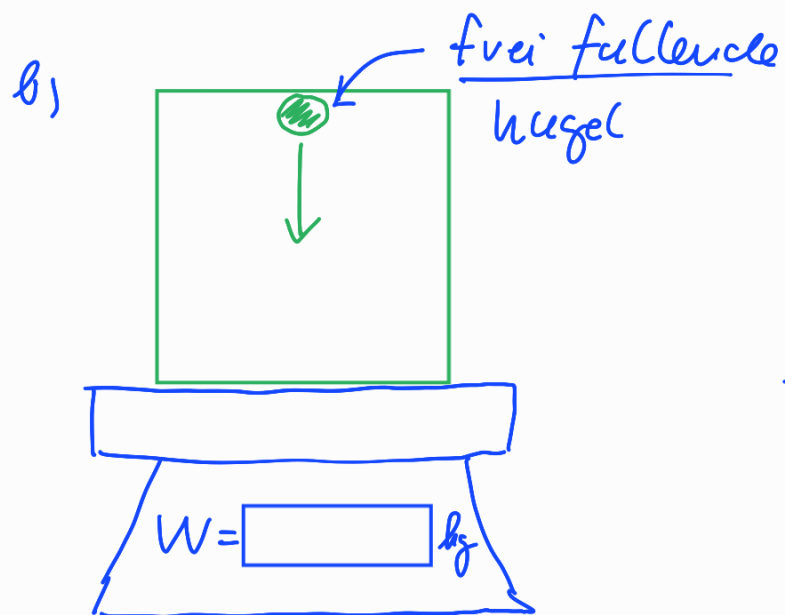
a)



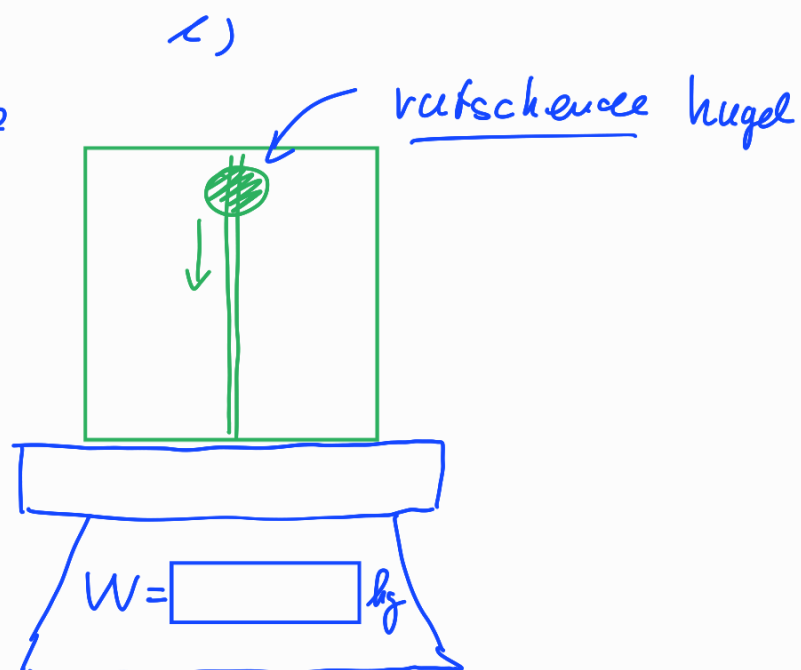
Was zeigt die Waage an?

$$W(t) = ?$$

ähnlich:



$$W(t) = ?$$



$$W(t) = ?$$

System := Behälter + Vogel

→ externe Kräfte:

1) Schwerkraft: $\vec{F}_s = -Mg \vec{e}_3$

2) Kontaktkraft von Waage auf Behälter:

$$\vec{F}_w = W(t) \vec{e}_3$$

• für ruhende Massen im Behälter: $\ddot{\vec{R}} = \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{pmatrix} \stackrel{!}{=} \vec{0}$

Impulssatz
→ $\vec{0} = M \ddot{\vec{R}} \stackrel{!}{=} \vec{F}_w + \vec{F}_s = (W(t) - M)g \vec{e}_3$

d.h.: $W(t) = M$ ✓

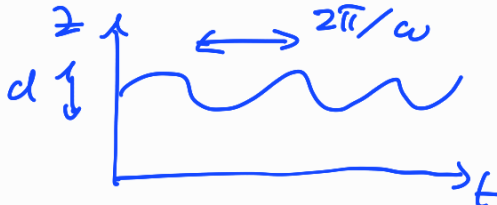
• für bewegte Massen: i.A. $\ddot{z} \neq 0$!

Impulssatz
→ $M \ddot{z}(t) \stackrel{!}{=} (W(t) - M)g$

d.h.: $W(t) = M \left(1 + \frac{\ddot{z}(t)}{g} \right)$

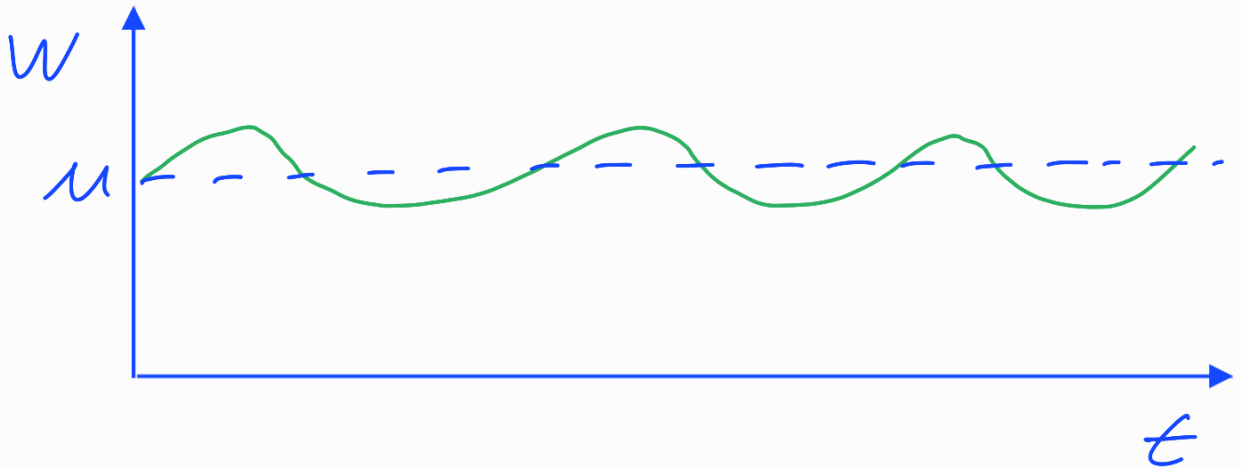


a) $z(t) = d \cos(\omega t)$



$\rightarrow \ddot{z}(t) = -d\omega^2 \cos(\omega t)$

$\rightarrow w(t) = M \left(1 - \frac{d\omega^2}{g} \cos(\omega t) \right)$



b) $\ddot{z}(t) = \begin{cases} 0 & : t < T_1 \\ -g & : T_1 < t < T_2 \\ 0 & : t > T_2 \end{cases}$

($M_{\text{Beh}} \stackrel{!}{=} 0$)



4) für $\bar{\tau} < t < T - \bar{\tau}$ annähernd
konstante Geschwindigkeit (= Grenzggeschw.)

→ $\ddot{x}(t) = 0$ für $\bar{\tau} < t < T - \bar{\tau}$!

