
Theoretische Physik II (Lehramt, Geophysik, Wahlfach)
12. Übung

Sommersemester 2019

Aufgabe 40 ist eine Liste von Fragen zur statistischen Physik, die Ihnen als Lernkontrolle dienen soll. Gehen Sie die Fragen sorgfältig durch, und nutzen Sie die kommenden Übungsstunden um eventuelle Verständnislücken zu schließen. Eine Abgabe ist nicht erforderlich.

Aufgabe 41 soll wie gewohnt von Ihnen bearbeitet und bis Mittwoch, den 10.07.2019, 11:00 Uhr, in die entsprechenden Briefkästen vor dem Eingang des Instituts für Theoretische Physik abgegeben werden.

40. Lernkontrolle Statistische Physik

- 1) Wie lauten mikrokanonische Zustandssumme und Verteilungsfunktion?
- 2) Wie ermittelt man den Erwartungswert einer physikalischen Größe eines isolierten Systems im thermodynamischen Gleichgewicht bei gegebener Gesamtenergie?
- 3) Wie lautet die mikrokanonische Entropie?
- 4) Wie ist die Temperatur einer mikrokanonischen Verteilung definiert? Weshalb ist diese Definition sinnvoll?
- 5) Wie lauten kanonische Zustandssumme und Verteilungsfunktion?
- 6) Angenommen, ein System mit diskreten Zuständen x_i zu Energien E_i befindet sich im thermodynamischen Gleichgewicht bei Temperatur T . Mit welcher Wahrscheinlichkeit liegt der Zustand x_{i_0} vor?
- 7) $Z(\beta)$ sei die kanonische Zustandssumme eines Systems bei inverser Temperatur β . Wie bestimmen Sie anhand $Z(\beta)$ den thermodynamischen Erwartungswert der Energie?
- 8) Wie lautet die kanonische Zustandssumme eines quantenmechanischen Oszillators der Frequenz ω ?
- 9) Wie groß ist die mittlere Energie eines quantenmechanischen Oszillators der Frequenz ω bei Temperatur T ?
- 10) Wie lautet die kanonische Zustandssumme eines Zweizustandssystems mit Energien 0 und ϵ ? Wie groß ist seine mittlere Energie bei Temperatur T ?

- 11) Wie bestimmt man Druck und Temperatur anhand der mikrokanonischen Entropie $S(E, V)$?
- 12) Wie lauten die zwei Zustandsgleichungen eines idealen Gases? Wie kann man diese aus der mikroskopischen Physik ableiten?
- 13) Was ist *Wärme* und was ist *Arbeit*?
- 14) Wie lauten der erste und zweite Hauptsatz der Thermodynamik?

Die nachfolgenden Fragen werden erst in der letzten Vorlesungswoche behandelt.

- 15) Was ist ein *Makrozustand* und wie groß ist nach Boltzmann seine Entropie?
- 16) Wieso nimmt die Boltzmann-Entropie eines Systems praktisch niemals ab?
- 17) Wie ist die freie Energie eines Systems definiert?
- 18) Was besagt das Prinzip der maximalen freien Energie?

41. Eine Frage der Effizienz

(2+3+3+2=10)

Wie effizient lässt sich Wärme in mechanische Arbeit umwandeln? Sadi Carnot hat Anfang des 19. Jahrhunderts eine allgemeingültige Antwort auf diese auch heute noch technologisch bedeutsame Frage gegeben (und dazu nebenbei die Grundlagen der Thermodynamik entwickelt): Stehen zwei Wärmereservoirs R_1 und R_2 mit Temperaturen T_1 und T_2 zur Verfügung, zwischen denen eine periodisch arbeitende Wärmekraftmaschine pro Arbeitszyklus Wärme Q (aus R_1) in Arbeit A umwandelt, so gilt stets:

$$\frac{|A|}{Q} \leq \frac{T_1 - T_2}{T_1}. \quad (1)$$

Das Verhältnis von erzielter Arbeit $|A|$ zur umgesetzten Wärme Q bezeichnet den Wirkungsgrad η einer Wärmekraftmaschine, der demnach bestenfalls den sog. Carnot-Wirkungsgrad

$$\eta_c = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \quad (2)$$

erreichen kann: $\eta \leq \eta_c$.

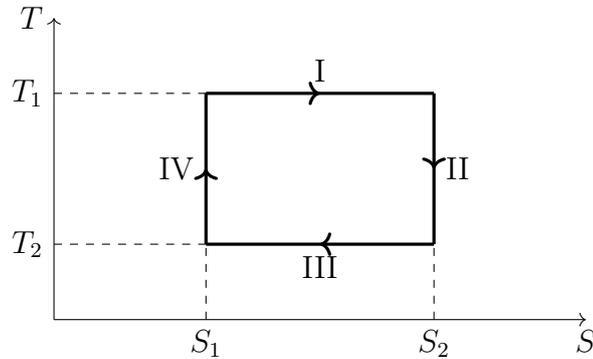
Im folgenden wollen wir diese Zusammenhänge verstehen und betrachten dazu Carnots ideale Wärmekraftmaschine. Sie besteht im wesentlichen aus einem Arbeitsmedium in einem variablen Volumen V und arbeitet periodisch im vierstufigen *Carnot-Prozess*:

- (I) isotherme Expansion des Volumens von V_0 auf V_1 bei Temperatur T_1 unter Aufnahme von Wärme Q aus R_1 ,
- (II) adiabatische Expansion von V_1 auf V_2 bis dass die Temperatur T_2 erreicht wird,

- (III) isotherme Kompression auf ein Volumen V_3 unter Abgabe von Wärme $-\tilde{Q}$ an R_2 ,
 (IV) adiabatische Kompression bis dass wieder Temperatur T_1 bei dem anfänglichen Volumen V_0 und damit der Ausgangszustand in (I) erreicht wird.

Aufgaben:

- a) Begründen Sie folgende Darstellung des Carnot-Prozesses im T - S -Diagramm:



- b) Bestimmen Sie die umgesetzten Wärmen Q und \tilde{Q} anhand der Temperaturen T_1 , T_2 und der Entropien S_1 , S_2 .
 c) Bestimmen Sie die im gesamten Prozess verrichtete Arbeit A anhand der Wärmen Q und \tilde{Q} .

Hinweise:

- (i) erster Hauptsatz der Thermodynamik,
 (ii) $\oint_{\gamma} dE = 0$ für jede geschlossene Kurve γ im T - S -Diagramm.
 d) Bestimmen Sie den Wirkungsgrad $\eta_c = \frac{|A|}{Q}$ den die diese Maschine im Carnot-Prozess erzielt.

Zur Diskussion:

- Warum kann es keine periodisch arbeitende Wärmekraftmaschine mit einem höheren Wirkungsgrad geben?