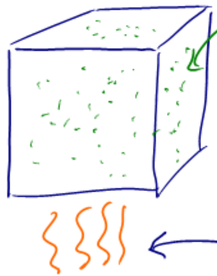
Statistische Physik und Thermodynamik

Grundproblem: makroskopische Verhalten eines Systems bestehend aus sehr vielen Teilchen / Subsystemen?

Beispiele:

1) **Gas im Behälter:**



$N \simeq 10^{23}$ Teilchen im Volumen V

? Druck p

? Temperatur T

? Wärmezufuhr $\Delta Q \rightarrow \Delta P, \Delta T = ?$

$$P(T, V, N) = ?$$

2) <u>Paramagnet</u>:

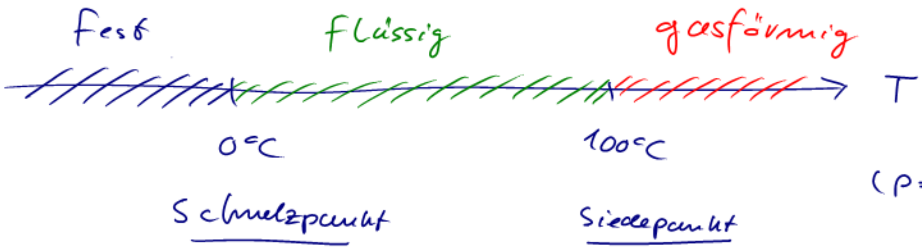
äußeres Magnetfeld $\vec{B}$ $\uparrow$

$$\underbrace{\uparrow\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow\downarrow\uparrow\downarrow \cdots\cdots \uparrow\downarrow\uparrow}_{N \simeq 10^{23} \text{ Elementarmagnete („Spins")}}$$

<u>Magnetisierung</u> $\vec{M}(\vec{B}, T) = ?$

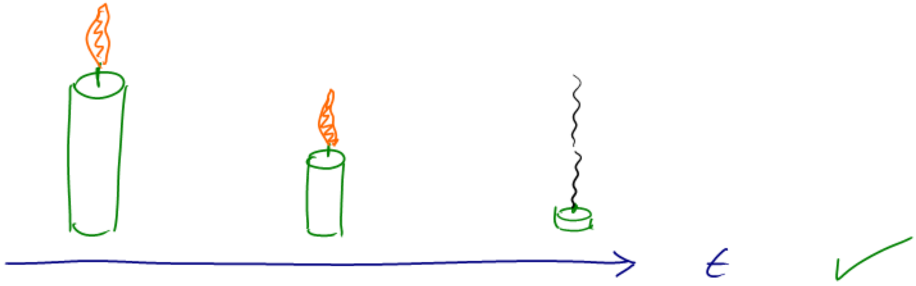
3) <u>Aggregatzustände</u> (Phasen) fest, flüssig, gasförmig

von z.B. Wasser:



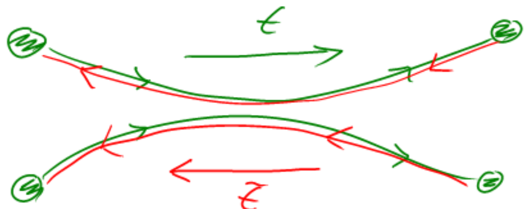
$(p = 1\,\text{bar})$

4) Irreversibilität makroskopischer Vorgänge:



thermodynamische Zeitrichtung

auf mikroskopischer Ebene gibt es gemäß klass. Mechanik, E.D. und Schrödingergleichung <u>keine</u> ausgezeichnete Zeitrichtung, z.B. beim Stoß zweier Teilchen:



Statistische Physik $\equiv$ Beschreibung makroskopischer Systeme mittels mikroskopischer Physik und statistischer Methoden.

$\Downarrow$!

Thermodynamik $\equiv$ phänomenologische Theorie der makroskopischen Zustände von Materie beachte: Konzepte der makroskopischen Beschreibung (z. B. Temperatur, Wärme, Druck, thermodynamisches Gleichgewicht) müssen in der statistischen Physik durch mikroskopische Physik erklärt werden!

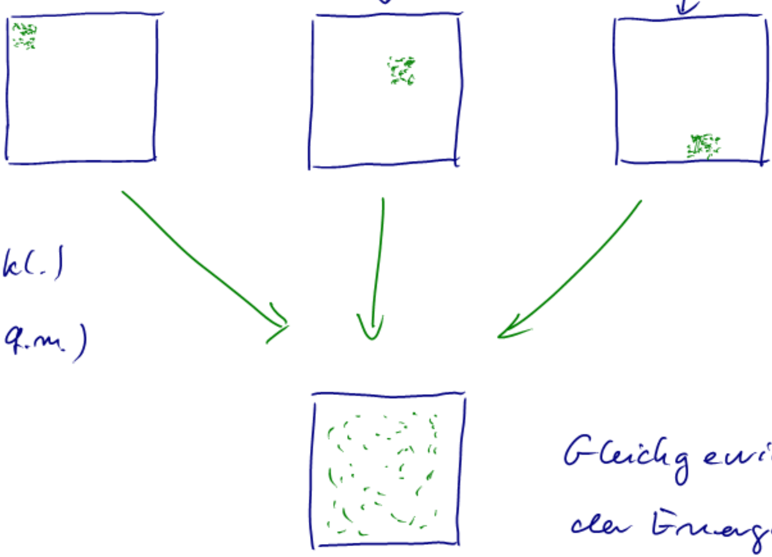
Thermodynamisches Gleichgewicht

allg. Phänomen: abgeschlossenes, makroskop. System zeigt nach hinreichend langer Zeit konstante, makroskopische Eigenschaften, diese definieren den makroskopischen Zustand des thermodynamischen Gleichgewichts.
Bis auf Erhaltungsgrößen (i.d.R nur Energie) ist er unabhängig vom Anfangszustand.

etwa <u>Gas</u> in einem Behälter:

<u>Nicht</u>-Gleichgewichtszustände der Energie E

$t = 0$:



$H(p,q)$ (kl.)

$\hat{H}$ (q.m.)

$t \gg \tau$

systemspezifische
<u>Relaxationszeit</u>

Gleichgewichtszustand der Energie E

makroskopische Eigenschaften?

Grundproblem der Statistischen Physik:

Bestimme makroskopische Eigenschaften des thermodynamischen Gleichgewichts anhand Hamiltonfunktion bzw. -operator und der Energie E.

Wie?

Methoden der Statistischen Physik gründen auf folgende

Annahme: $\boxed{\text{Alle mikroskopischen Systemzustände zu einer gegebenen Energie repräsentieren den thermodynamischen Gleichgewichtszustand eines makroskopischen Systems, bis auf vernachlässigbar wenige Ausnahmen.}}$

Formalisierung dieser Annahme erfolgt später,

jetzt erst ein sehr elementares Beispiel:

Beispiel: <u>Magnet</u>, bestehend aus N Elementarmagneten („Spins")

in Zuständen $s_i = \pm 1 \mathrel{\hat{=}} \uparrow, \downarrow$;

Magnetisierung $m_i = \mu_0 s_i$

$$\downarrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \uparrow \quad \downarrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \downarrow \quad \uparrow \quad \downarrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \downarrow$$

$\rightarrow$ <u>mikroskopischer Zustand:</u> $s = (s_1, s_2, s_3, \dots, s_N) = (-1, 1, 1, \dots, -1)$

<u>kein</u> äußeres Feld $\rightarrow$ $E = 0$ für alle mik. Zust. s

$$\boxed{\begin{array}{l}\text{Wie groß ist die Gesamtmagnetisierung} \\ \qquad M = \sum_{i=1}^{N} m_i \\ \text{im thermodynamischen Gleichgewicht (bei Energie } E = 0\text{)?}\end{array}}$$

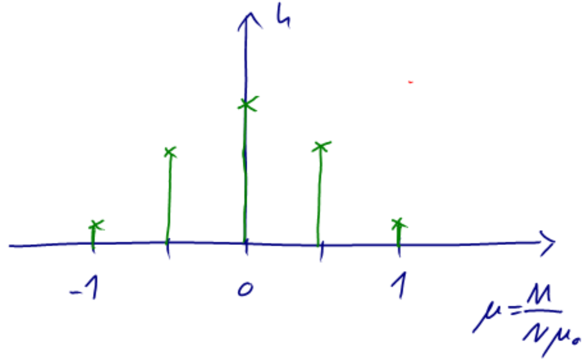
Annahme (s.o.) $\longrightarrow$ bestimme M für jeden mikr. Zustand $s = (s_1, \dots, s_N)$!

$N = 4$:

Zustand	M/μ_0
↑ ↑ ↑ ↑	4
↑ ↑ ↑ ↓	2
↑ ↑ ↓ ↑	2
↑ ↑ ↓ ↓	0
↑ ↓ ↑ ↑	2
↑ ↓ ↑ ↓	0
↑ ↓ ↓ ↑	0
↑ ↓ ↓ ↓	-2
↓ ↑ ↑ ↑	2
↓ ↑ ↑ ↓	0
↓ ↑ ↓ ↑	0
↓ ↑ ↓ ↓	-2
↓ ↓ ↑ ↑	0
↓ ↓ ↑ ↓	-2
↓ ↓ ↓ ↑	-2
↓ ↓ ↓ ↓	-4

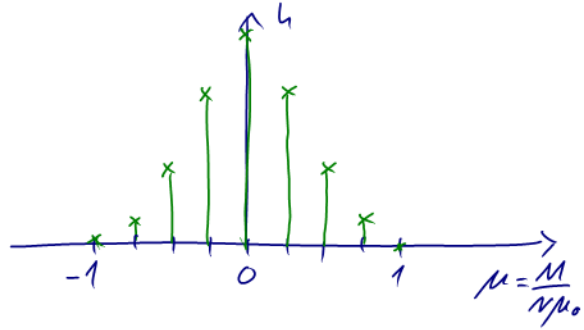
$\longrightarrow$

M/μ_0	-4	-2	0	2	4
H	1	4	6	4	1
$h = H/2^4$	.06	.25	.38	.25	.06



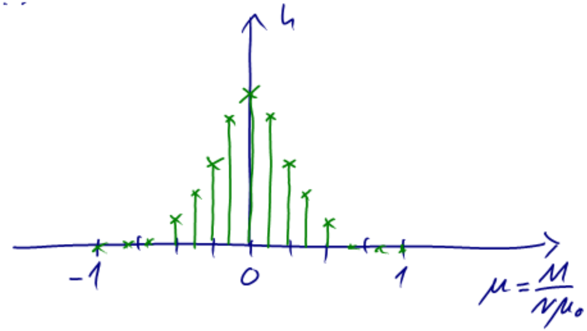
$N = 8$:

M/μ_0	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6	8	
H	1	8	28	56	70	56	28	8	1	$: \Sigma = 256$
h	.00	.03	.10	.21	.27	.21	.10	.03	.00	



$N = 16$:

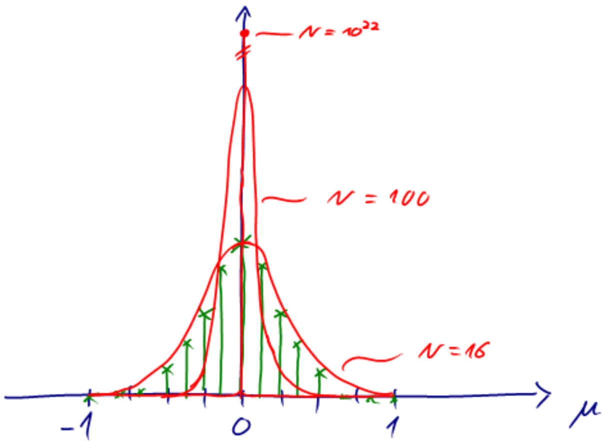
M/μ_0	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6	8	10	...
h	.03	.07	.12	.17	.20	.17	.12	.07	.03	.01	...



$\underline{\underline{N \gg 1}}$: mittels Näherungsmethoden (s.u.) erhalten wir die relative Häufigkeit als Fkt. von $\mu = M/N\mu_0$

$$h(\mu) \approx c_N \, e^{-\mu^2 \cdot N/8} \equiv c_N \, e^{-\mu^2/2\Delta\mu^2}$$

wobei $\boxed{\Delta\mu = \frac{2}{\sqrt{N}}}$



N	$\Delta\mu$
16	0.5
25	0.4
100	0.2
10^4	0.02
$\vdots$	$\vdots$
10^{22}	$2 \cdot 10^{-11}$

!