Institut für Theoretische Physik
der Universität zu Köln

Rochus Klesse

Theoretische Physik II (Lehramt, Nebenfach, Geo) Blatt 11

Sommersemester 2024

Webpage: *http://www.thp.uni-koeln.de/∼rk/tpII_24.html/*

Abgabe: bis **Mittwoch, 10.07.24, 23:59** in elektronischer Form per ILIAS unter https://www.ilias.uni-koeln.de/ilias/goto_uk_crs_5693591.html

41. Thermodynamische Relationen

2+2=4 Punkte

a) Schließen Sie mittels Energiesatz und $\frac{1}{T} = \frac{\partial S}{\partial E}|_V$, $\frac{p}{T} = \frac{\partial S}{\partial V}|_E$ auf die Relationen

$$T \;=\; \frac{\partial E}{\partial S}\bigg|_V, \qquad p \;=\; -\,\frac{\partial E}{\partial V}\bigg|_S.$$

b) Verifizieren Sie die unter **a)** gezeigten Relationen für ein ideals Gas mit der Entropie $S(E,V) = NK\ln(VE^{3/2}) + c$

42. Isotherme und adiabatische Expansion

5+5+4=14 Punkte

Ein ideales Gas befindet sich in einem Volumen $V_0 = 1l$ unter dem Druck $p_0 = 1\,bar = 10^5 Pa$ bei Temperatur $T_0 = 300K$.

a) Das Gas wird isotherm bei der Temperatur T_0 auf das doppelte Volumen $V_1 = 2V_0$ expandiert. Berechnen Sie die dabei eingesetzte mechanische Arbeit A, die umgesetzte Wärme Q und die Entropieänderung $S_1 - S_0$. Wie groß ist der Druck p_1 am Ende der Expansion?

b) Anstelle der *isothermen* Expansion betrachten wir nun eine *adiabatische* Expansion des Gases von V_0 auf $V_1 = 2V_0$. Bestimmen Sie wieder die freigesetzte Arbeit, umgesetzte Wärme, Entropieänderung sowie Druck p_1 und Temperatur T_1 am Ende der Expansion.

c) Skizzieren Sie die beiden Prozesse jeweils gemeinsam in einem p-V–Diagram und einem T-S–Diagramm.

43. Maxwellsche Geschwindigkeitsverteilung

3+3+3=9 Punkte

Die Maxwellsche Geschwindigkeitsverteilung $P(v)$ ist die Wahrscheinlichkeitsdichte für den *Betrag* v der Geschwindigt $\vec{v}$ eines Teilchens in einem (idealen) Gas der Temperatur T. Das bedeutet genauer, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, ein Teilchen mit Geschwindigkeitsbetrag im Intervall $[v, v + \Delta v]$ vorzufinden, durch $P(v)\Delta v$ gegeben ist. In dieser Aufgabe wollen wir $P(v)$ anhand der kanonischen Verteilung bestimmen.

a) Mit der Wahrscheinlichkeitdichte $\rho(\vec{v})$ für die *Geschwindigkeit* $\vec{v}$ ist die Wahrscheinlichkeit, eine Teilchen mit Geschwindigkeit $\vec{v}$ im Bereich $[v_1, v_1 + \Delta u] \times [v_2, v_2 + \Delta u] \times [v_3, v_3 + \Delta u]$ vorzufinden, gegeben durch $\rho(\vec{v})\Delta u^3$. Begründen Sie, dass

$$\rho(\vec{v}) \;=\; c\, e^{-\frac{m|\vec{v}|^2}{2KT}}$$

Hierbei ist c eine Normierungskonstante und m die Masse des Teilchens.

b) Argumentieren Sie nun mit Hilfe von **a)**, dass die Maxwellsche Geschwindigkeitsverteilung gegeben ist durch

$$P(v) \;=\; \tilde{c}\, v^2\, e^{-\frac{mv^2}{2KT}}\,.$$

$\tilde{c}$ ist hier wieder eine Normierungskonstante.

c) Zeigen Sie, dass der *wahrscheinlichste* Wert v_0 des Geschwindigkeitsbetrags eines Teilchen genau durch

$$\frac{m}{2} v_0^2 \;=\; KT$$

gegeben ist. Bestimmen Sie v_0 für ein Heliumgas bei Temperatuen $100K$, $300K$ und $1000K$.

Hinweis: $m_{He} = 4.0 \times m_p$ mit Protonmasse $m_p = 1.672 \times 10^{-27} kg.$