Lösungshinweise Blatt 1

2 a)

$$\langle \varphi_{x+}, \varphi_{y+} \rangle = \frac{1}{2} \langle \varphi_{z+} + \varphi_{z-}, \varphi_{z+} + i\varphi_{z-} \rangle$$

$$= \frac{1}{2} \left\{ \underbrace{\langle \varphi_{z+}, \varphi_{z+} \rangle}_{=1} + i \underbrace{\langle \varphi_{z+}, \varphi_{z-} \rangle}_{=0} + \underbrace{\langle \varphi_{z-}, \varphi_{z+} \rangle}_{=0} + i \underbrace{\langle \varphi_{z-}, \varphi_{z-} \rangle}_{=1} \right\}$$

$$= \frac{1+i}{2} \quad ,$$

$$\langle \varphi_{y+}, \varphi_{y\underset{(-)}{+}} \rangle = \frac{1}{2} \langle \varphi_{z+} + i\varphi_{z-}, \varphi_{z+} \underset{(-)}{+} i \varphi_{z-} \rangle$$

$$= \frac{1}{2} \left\{ \underbrace{\langle \varphi_{z+}, \varphi_{z+} \rangle}_{=1} \underset{(-)}{+} \underbrace{\langle i\varphi_{z-}, i\varphi_{z-} \rangle}_{-i^2 \cdot 1 = 1} \right\} = \underset{(0)}{1}$$

2b) bzgl. ONB $(\varphi_{z+}, \varphi_{z-})$ ist $\psi = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 2 \\ 1+i \end{pmatrix}$

$$\rightarrow \quad |\psi|^2 = \frac{1}{6} \left(2^2 + |1+i|^2 \right) = 1$$

2c) • μ_z-Messung ergibt $+\mu_0/2$ mit Wkt

$$P_{z+} = |\langle \varphi_{z+}, \psi \rangle|^2 = \left| \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 2 \\ 1+i \end{pmatrix} \right\rangle \right|^2 = 2/3 ,$$

$-\mu_0/2$ mit Wkt. $\quad P_{z-} = 1 - P_{z+} = 1/3$

$$\left(\left(P_{z-} = |\langle \varphi_{z-}, \psi \rangle|^2 = \left| \left\langle \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 2 \\ 1+i \end{pmatrix} \right\rangle \right|^2 = 1/3 \right) \right)$$

- μ_x Messung ergibt $+\mu_0/2$ mit Wkt.

$$p_{x+} = |\langle \varphi_{x+}, \psi\rangle|^2 = \left|\left\langle \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{6}}\begin{pmatrix}2\\1+i\end{pmatrix}\right\rangle\right|^2$$

$$= \frac{1}{12}\cdot |2+1+i|^2 = 5/6 \quad ,$$

$-\mu_0/2$ mit Wkt. $p_{x-} = 1 - p_{x+} = 1/6$

- μ_y Messung ergibt $+\mu_0/2$ mit Wkt.

$$p_{y+} = |\langle \varphi_{y+}, \psi\rangle|^2 = \left|\left\langle \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\i\end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{6}}\begin{pmatrix}2\\1+i\end{pmatrix}\right\rangle\right|^2$$

$$= \frac{1}{12}|2-i+1|^2 = 5/6 \quad ,$$

$-\mu_0/2$ mit Wkt. $p_{y-} = 1 - p_{y+} = 1/6$.

3) Im Falle einer Superposition (A)

$\frac{1}{\sqrt{2}}(\varphi_{z+} + \varphi_{z-}) \overset{!}{=} \varphi_{x+}$ ergibt

μ_x - Messung mit Wkt. $p_A = 1$;

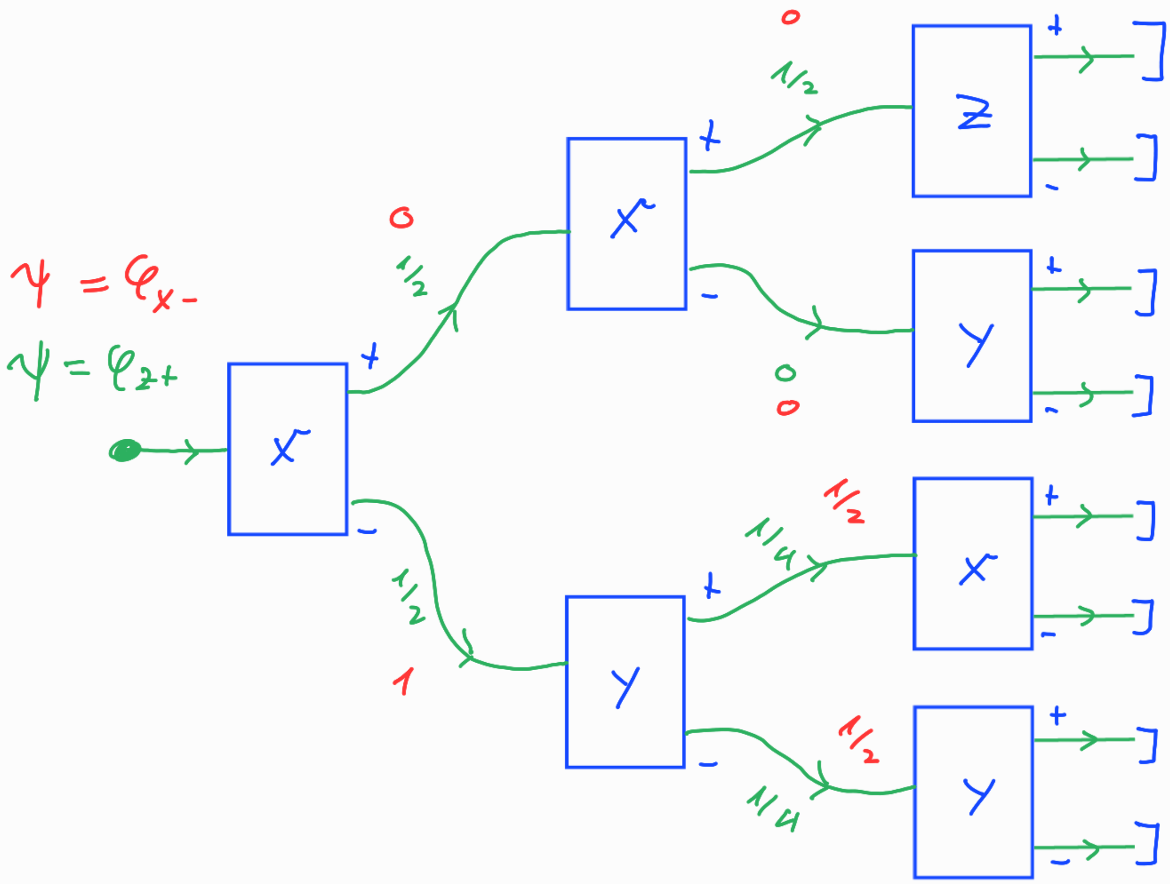
Wert $+\mu_0/2$; Falls zufällig

Zustand φ_{z+} oder φ_{z-} vorliegt ergibt

μ_x-Messung mit Wkt. $p_B = 1/2$ $+\mu_0/2$,

also $p_B = 1/2 \overset{!}{<} 1 = p_A \rightarrow A:B$ Unterscheidung.

4)



i	P_i	P_i
1	1/4	0
2	1/4	0
3	0	0
4	0	0
5	1/8	1/4
6	1/8	1/4
7	0	0
8	1/4	1/2
Σ:	1	1

5)

a) $D\,|z+\rangle = |x+\rangle\underbrace{\langle z+|z+\rangle}_{=1} - |x-\rangle\underbrace{\langle z-|z+\rangle}_{=0} = |x+\rangle$

$D\,|z-\rangle = |x+\rangle\underbrace{\langle z+|z-\rangle}_{=0} - |x-\rangle\underbrace{\langle z-|z-\rangle}_{=1} = -|x-\rangle$

$D\,|x+\rangle = |x+\rangle\underbrace{\langle z+|x+\rangle}_{=1/\sqrt{2}} - |x-\rangle\underbrace{\langle z-|x+\rangle}_{=1/\sqrt{2}}$

$= \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|x+\rangle - |x-\rangle\right) = |z-\rangle$

$D\,|x-\rangle = |x+\rangle\underbrace{\langle z+|x-\rangle}_{=1/\sqrt{2}} - |x-\rangle\underbrace{\langle z-|x-\rangle}_{=-1/\sqrt{2}}$

$= \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|x+\rangle + |x-\rangle\right) = |z+\rangle$

$$D\,|y+\rangle = |x+\rangle\underbrace{\langle z+|y+\rangle}_{1/\sqrt{2}} - |x-\rangle\underbrace{\langle z-|y+\rangle}_{i/\sqrt{2}}$$

$$= \frac{1}{2}\left\{ |z+\rangle + |z-\rangle - i\,|z+\rangle + i\,|z-\rangle \right\}$$

$$= \frac{1}{2}\Big((1-i)\,|z+\rangle + \underbrace{(1+i)}_{=\,i(1-i)}|z-\rangle \Big) = \frac{1-i}{\sqrt{2}}\,|y+\rangle$$

$$D\,|y-\rangle = |x+\rangle\underbrace{\langle z+|y-\rangle}_{1/\sqrt{2}} - |x-\rangle\underbrace{\langle z-|y-\rangle}_{-i/\sqrt{2}}$$

$$= \frac{1}{2}\left\{ |z+\rangle + |z-\rangle + i\,|z+\rangle - i\,|z-\rangle \right\}$$

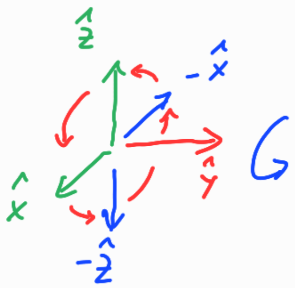
$$= \frac{1}{2}\Big((1+i)\,|z+\rangle + \underbrace{(1-i)}_{=\,-i(1+i)}|z-\rangle \Big) = \frac{1+i}{\sqrt{2}}\,|y+\rangle$$

5b) $$D^2 = DD = \underbrace{D\,|x+\rangle}_{=\,|z-\rangle}\langle z+| - \underbrace{D\,|x-\rangle}_{|z+\rangle}\langle z-|$$

d.h. $$D^2 = |z-\rangle\langle z+| - |z+\rangle\langle z-|$$

„Spin-flip" !

5c) $D \mathrel{\hat{=}}$ Drehung des mag. Moments um $\hat{y}$-Achse, Drehwinkel $2\vartheta = \pi/2$ (90°);



$\Gamma\!\!\rightarrow D^2 = DD =$ Drehung um $\tilde{\vartheta} = 2\,2\vartheta = \pi$

$\hat{=}$ Spin-flip