

Lösungshinweise Blatt 11

41) a) wie im Volsy.: $dE = T dS - p dV$

$$= \frac{\partial E}{\partial S} \Big|_V dS + \frac{\partial E}{\partial V} \Big|_S dV$$

$$\rightarrow T = \frac{\partial E}{\partial S} \Big|_V, \quad p = - \frac{\partial E}{\partial V} \Big|_S$$

b) einerseits $\frac{1}{T} = \frac{\partial S}{\partial E} \Big|_V = \frac{3}{2} \frac{Nk}{E}$, $\frac{p}{T} = \frac{\partial S}{\partial V} \Big|_E = \frac{Nk}{V}$;

andererseits mit $E(S, V) = \tilde{\epsilon} V^{-2/3} e^{2S/3Nk}$:

$$T = \frac{\partial E}{\partial S} \Big|_V = \frac{2}{3Nk} \cdot E \quad \rightarrow \quad \frac{1}{T} = \frac{3}{2} \frac{Nk}{E} \quad \checkmark$$

$$p = - \frac{\partial E}{\partial V} \Big|_S = + \frac{2}{3} \frac{E}{V} = \frac{NkT}{V} \quad \checkmark$$

$E = \frac{3}{2} NkT$

42 a)

$$p_0 V_0 = NkT_0 = NkT = pV$$

$\uparrow$
konstant!

$$\rightarrow p(V) = p_0 \frac{V_0}{V} \quad \rightarrow \quad p_1 = p(V_1) = p_0 \frac{V_0}{V_1} = \frac{p_0}{2} = \frac{1}{2} \text{ bar}$$

$$\rightarrow \delta A = -p dV \rightarrow A = - \int_{V_0}^{V_1} p(V) dV = - p_0 V_0 \int_{V_0}^{V_1} \frac{dV}{V} \quad (*)$$

$$= - p_0 V_0 \ln V_1/V_0 = - p_0 V_0 \ln 2 \approx - 69 \text{ J}$$

d.h. Expansion leistet Arbeit $-A = +69 \text{ J}$.

$$\text{wegen } E_0 = \frac{3}{2} N k T_0 = \frac{3}{2} N k T = \frac{3}{2} N k T_1 = E_1$$

hier $E_1 = E_0$ und somit $Q = -A = +69 \text{ J}$;

$\rightarrow +69 \text{ J}$ eingesetzte Wärme werden bei isothermer

Expansion vollständig in Arbeit umge-
wandelt.

$$S_1 - S_0 = \int ds = \int \frac{\delta Q}{T} \underset{T=T_0 \text{ konst.}}{=} \frac{1}{T_0} \int \delta Q = \frac{Q}{T_0} \approx 0,23 \text{ J/K}$$

b) vgl. Vorlesg.:

$$\left. \begin{array}{l} E = \frac{3}{2} N k T \\ pV = N k T \end{array} \right\} \rightarrow E = \frac{3}{2} pV \left\{ \rightarrow S(\underline{p}, V) = \frac{3}{2} N k \ln(pV^{5/3}) + \text{const.} \quad (*) \right.$$
$$S(E, V) = N k \ln(V E^{3/2}) + \text{const.}$$

Prozess adiabatisch $\rightarrow S(p_0, V_0) = S(p, V)$

$$\text{d.h. mit } (*) : p_0 V_0^{5/3} = p V^{5/3} \rightarrow p(V) = p_0 (V_0/V)^{5/3}$$

$$\rightarrow p_1 = p(V_1) = 1 \text{ bar} \left(\frac{1}{2}\right)^{5/3} = 0,315 \text{ bar}$$

$$\left. \begin{aligned} NkT_1 &= P_1 V_1 \\ NkT_0 &= P_0 V_0 \end{aligned} \right\} \rightarrow T_1 = T_0 \frac{P_1}{P_0} \frac{V_1}{V_0} = T_0 \left(\frac{V_0}{V_1} \right)^{5/3} \left(\frac{V_1}{V_0} \right)$$

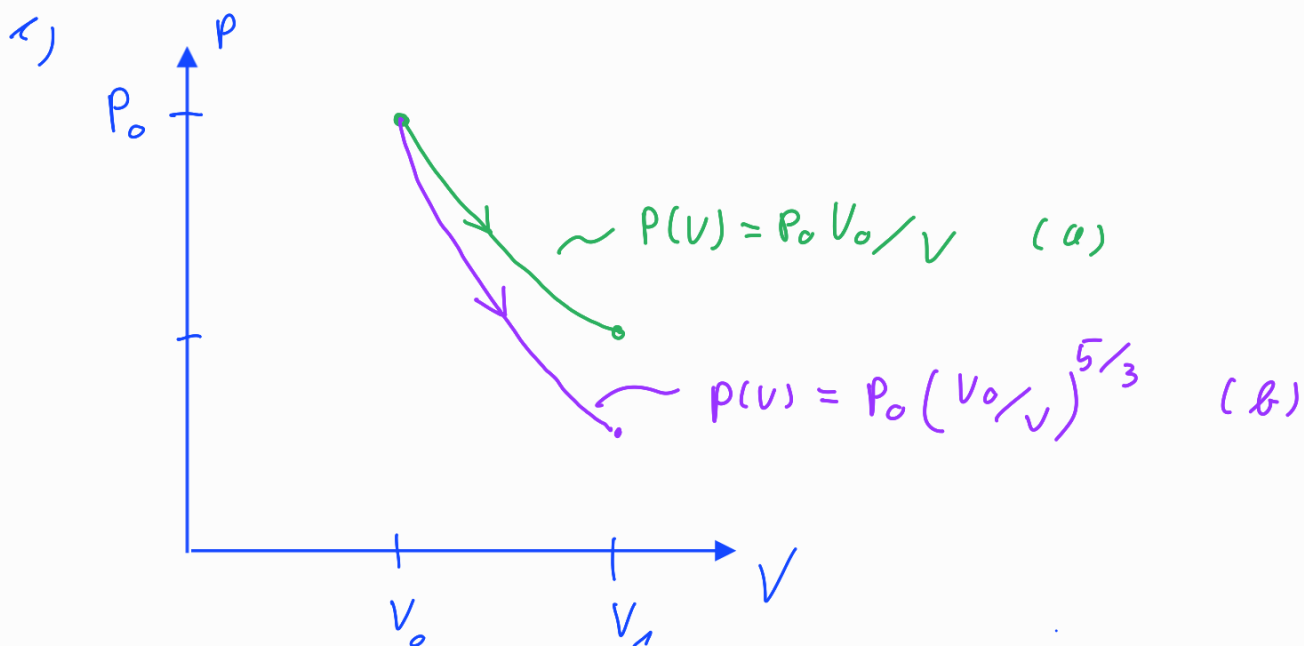
$$= T_0 \left(\frac{v_0}{v_1} \right)^{2/3} = 300 \text{ K} \left(\frac{1}{2} \right)^{2/3} = \underline{\underline{189 \text{ K}}}$$

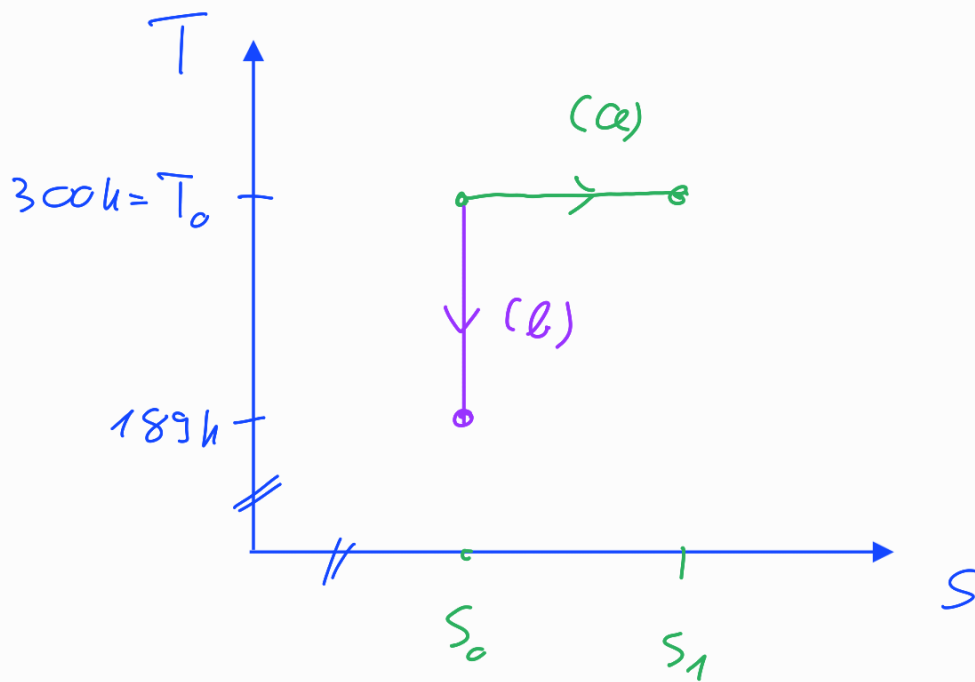
- $\delta Q = 0 \quad \leadsto \quad dE = \delta A \quad \leadsto \quad A = E_1 - E_0$

$$E = \frac{3}{2} pV \left(\left(\frac{V_c}{V_1} \right)^{5/3} - 1 \right)$$

$$= \frac{3}{2} P_0 V_0 \left(\underbrace{\left(\frac{V_0}{V_1} \right)^{2/3}}_{-0.37} - 1 \right) = -55 \text{ J}$$

$$0 \quad S_1 - S_0 = 0$$





43 a) $S(\vec{v})$ unabhängig vom Teilchenart

$$\rightarrow S(\vec{v}) \propto p_T(\vec{r}_0, \vec{p} = m\vec{v}) \propto \underbrace{e^{-H(\vec{r}_0, m\vec{v})/kT}}_{\substack{\uparrow \\ \text{kon. Wah. dichte}}} e^{-m|\vec{v}|^2/2kT}$$

43 b) Geschwindigkeiten $\vec{v} \in \mathbb{R}^3$ mit Betrag

$|\vec{v}| \in [v, v + \Delta v]$ bilden Sphäre der Breite Δv :

und Radius v : $S_{\Delta v}(v) = \{ \vec{v} \in \mathbb{R}^3 \mid v \in [v, v + \Delta v] \}$

$$\rightarrow P(v) \propto \int_{S_{\Delta v}(v)} S(\vec{v}) d^3\vec{v} \stackrel{a)}{\approx} \underbrace{4\pi v^2 \Delta v}_{\text{Volumen}} \underbrace{e^{-mv^2/2kT}}_S$$

d.h. $P(v) = \tilde{\kappa} v^2 e^{-mv^2/2kT}$.

c) Wahrscheinlichster Wert v_0 bestimmt

durch $p'(v_0) \stackrel{!}{=} 0$

$$\rightarrow 0 = \tilde{c} \left(2v_0 - \frac{m}{kT} v_0^3 \right) e^{-\frac{m v_0^2}{2kT}}$$

$$\rightarrow \frac{m}{2} v_0^2 = kT$$

$$v_0 = \left(\frac{2kT}{m} \right)^{1/2} = \quad 642 \text{ m/s} \quad : \quad \frac{T}{100\text{K}}$$

$$1113 \text{ m/s} \quad : \quad 300\text{K}$$

$$2031 \text{ m/s} \quad : \quad 1000\text{K}$$