Institut für Theoretische Physik
der Universität zu Köln

Rochus Klesse

Theoretische Physik II – Blatt 1

Sommersemester 2026

Webpage: `https://www.thp.uni-koeln.de/~rk/tpII_26.html/`
Abgabe: bis **Montag, 20.04.26, 23:55** elektronisch per *slack* (link auf obiger Webpage).

1. Zur Diskussion

0 Punkte

a) Was ist ein komplexer Vektorraum?

b) Was ist eine hermitesches Skalarprodukt?

c) Was ist eine unitärer Vektorraum?

d) Wie lauten das 1. und 2. Postulat der Quantenmechanik und was ist deren physikalischer Hintergrund?

2. Wiederholung: komplexe Zahlen

4+3+3+3=13 Punkte

a) Bestimmen Sie jeweils Realteil, Imaginärteil und Betrag folgender komplexer Zahlen:

$$1+2i, \quad \frac{1}{1+i}, \quad \frac{1}{i}, \quad (1+2i)(1-3i), \quad e^{i\pi/4}, \quad \sqrt{-9}\,.$$

b) Beweisen Sie die Euler-Identität:

$$e^{i\varphi} = \cos\varphi \,+\, i\sin\varphi, \qquad \varphi \in \mathbb{R}\,.$$

c) Zeigen Sie mit Hilfe der Euler-Identität:

$$\cos(x) = \frac{1}{2}(e^{ix} \,+\, e^{-ix}), \qquad \sin(x) = \frac{1}{2i}(e^{ix} \,-\, e^{-ix})\,.$$

d) Zeigen Sie mittels **b)** oder **c)**:

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1, \quad (\cos x)' = -\sin x, \quad (\sin x)' = \cos x\,.$$

3. Hermitesches Skalarprodukt

4+4=8 Punkte

φ_1 und φ_2 seien orthonormale Vektoren eines unitären Vektorraums.

a) Bestimmen Sie folgende Skalarprodukte:

$$\langle\varphi_1,\varphi_1\rangle, \qquad \langle\varphi_1,\varphi_2\rangle, \qquad \langle\varphi_1, i\varphi_1\rangle, \qquad \langle i\varphi_1,\varphi_1\rangle,$$

$$\langle a_1\varphi_1 + a_2\varphi_2, b_1\varphi_1 + b_2\varphi_2\rangle, \qquad \text{wobei} \quad a_1,a_2,b_1,b_2 \in \mathbb{C}\,.$$

b) Gegeben seien die Vektoren

$$\psi_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\varphi_1 + i\varphi_2), \qquad \psi_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\varphi_1 - i\varphi_2).$$

Zeigen Sie, dass ψ_1 und ψ_2 jeweils normiert und zudem othogonal zueinander sind.

4. Quantenmechanische Zustände und Messungen *2+5=7 Punkte*

φ_1 und φ_2 seien orthogonale Zustände eines quantenmechanischen Systems.

a) Zeigen Sie, dass die Vektoren

$$\chi_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\varphi_1 + i\varphi_2\right), \quad \chi_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\varphi_1 - i\varphi_2\right), \quad \chi_3 = \frac{1}{\sqrt{5}}\left(2\varphi_1 + \varphi_2\right),$$

normiert und damit Zustandsvektoren sind.

b) Mit welchen Wahrscheinlichkeitein ergeben die folgende Messungen jeweils eine positives Ergebnis?

(i) Messung M_{φ_1} am System im Zustand $\psi = \chi_1$,
(ii) Messung M_{χ_1} am System im Zustand $\psi = \varphi_1$,
(iii) Messung M_{χ_1} am System im Zustand $\psi = \chi_2$,
(iv) Messung M_{χ_1} am System im Zustand $\psi = \chi_3$,
(v) Messung M_{φ_1} am System im Zustand $\psi = \chi_3$.