
Theoretische Physik II – Blatt 2

Sommersemester 2026

Webpage: https://www.thp.uni-koeln.de/~rk/tpII_26.html/

Abgabe: bis Montag, 27.04.26, 23:55 elektronisch per *slack* (link auf obiger Webpage).

5. Zur Diskussion

0 Punkte

Eine Quelle I produziert einen Strahl von Silberatomen, die sich jeweils in der quantenmechanischen Superposition von $z+$ und $z-$ polarisierten Zuständen befinden. Eine zweite Quelle II produziert einen Strahl, dessen Silberatome sich zufällig entweder im Zustand $z+$ oder $z-$ befinden, jeweils mit Wahrscheinlichkeit $1/2$. Kann man anhand von Messungen an den Atomen der jeweiligen Quelle entscheiden, ob Quelle I oder II vorliegt?

6. Stern-Gerlach-Experiment

2+2+2=6 Punkte

In z -Richtung positiv bzw. negativ polarisierte Silberatome seien durch orthonormale Zustandsvektoren φ_{z+} bzw. φ_{z-} beschrieben. Entsprechend in x - bzw. y -Richtung polarisierte Atome sind dann beschrieben durch Zustandsvektoren

$$\begin{aligned} \varphi_{x+} &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\varphi_{z+} + \varphi_{z-}), & \varphi_{x-} &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\varphi_{z+} - \varphi_{z-}), \\ \text{und} \quad \varphi_{y+} &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\varphi_{z+} + i\varphi_{z-}), & \varphi_{y-} &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\varphi_{z+} - i\varphi_{z-}). \end{aligned}$$

- a) Berechnen Sie das Skalarprodukt $\langle \varphi_{z-}, \varphi_{x+} \rangle$, $\langle \varphi_{z-}, \varphi_{y+} \rangle$ und $\langle \varphi_{x+}, \varphi_{y+} \rangle$.
b) Zeigen Sie, dass

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{3}} (\varphi_{x+} + \varphi_{y+})$$

ein normierter Vektor (und damit ein Zustandsvektor) ist.

- c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ergibt eine φ_{z-} -Messung an einem Silberatom im Zustand ψ ein positives Resultat?

7. Erwartungswerte

5+2+3=10 Punkte

Die Komponenten des magnetischen Moments eines Silberatoms werden als Observablen durch die Operatoren

$$\begin{aligned} \hat{\mu}_x &= \mu_0 (|x+\rangle\langle x+| - |x-\rangle\langle x-|) \\ \hat{\mu}_y &= \mu_0 (|y+\rangle\langle y+| - |y-\rangle\langle y-|) \\ \hat{\mu}_z &= \mu_0 (|z+\rangle\langle z+| - |z-\rangle\langle z-|) \end{aligned}$$

beschrieben (vgl. Vorlesung).

- a) Stellen Sie die Operatoren $\hat{\mu}_x$ und $\hat{\mu}_y$ durch $|z\pm\rangle$ und $\langle z\pm|$ dar.
b) Bestimmen Sie die Erwartungswerte der Observablen μ_x , μ_y und μ_z im Zustand $|\psi\rangle = |z+\rangle$.

- c) Wie lauten die Eigenvektoren und Eigenwerte der Operatoren $\hat{\mu}_x$, $\hat{\mu}_y$ und $\hat{\mu}_z$? Was ist deren physikalische Bedeutung?

[Hinweis: $|\varphi\rangle$ ist Eigenvektor zum Eigenwert a eines Operators A wenn $A|\varphi\rangle = a|\varphi\rangle$.]

8. Geschachtelte Stern-Gerlach-Magnete

5 Punkte

Die folgende Abbildung zeigt einen Aufbau, in dem mittels geeignet orientierter Stern-Gerlach-Magnete nacheinander die Polarisation des Silberatoms in x , y bzw. z -Richtung gemessen wird. Nach jeder Messung befindet sich das Silberatom im Zustand der jeweilig gemessenen Polarisation (d.h. die Messungen sind ideal). Am Ende wird das Silberatom in einem der Detektoren 1 bis 8 registriert. Zu Beginn ist das Atom im Zustand $|\psi\rangle = |z-\rangle$. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten, mit denen das Atom in den Detektoren 1 bis 8 registriert wird.

