Institut für Theoretische Physik
der Universität zu Köln

Rochus Klesse

Theoretische Physik II – Blatt 4

Sommersemester 2026

Webpage: `https://www.thp.uni-koeln.de/~rk/tpII_26.html/`
Abgabe: bis **Montag, 11.05.26, 23:55** elektronisch per *slack* (link auf obiger Webpage).

13. Zur Diskussion *0 Punkte*

a) Was ist der quantenmechanische Zeitentwicklungsoperator $U(t)$?

b) Wie lautet er in Energiedarstellung?

c) Welche Eigenschaften hat er?

14. Oszillierende Superposition *8 Punkte*

Ein System befinde sich zur Zeit $t = 0$ in der der Superposition

$$|\psi_0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\varphi\rangle + |\varphi'\rangle)$$

zweier Energiezustände mit Energien E und E', wobei $E > E'$. $\langle A \rangle_t$ sei der Erwartungwert einer beliebigen Observablen A im zeitentwickelten Zustand $|\psi(t)\rangle = U(t)\,|\psi_0\rangle$. Zeigen Sie, dass i.d.R. $\langle A \rangle_t$ eine mit Frequenz $\omega = \frac{1}{\hbar}(E - E')$ oszillierende Funktion der Zeit ist:

$$\langle A \rangle_t \;=\; a \;+\; b\cos(\omega t - \vartheta)\,,$$

mit geeigneten reellen Konstanten a, b und ϑ. Wie verhält sich $\langle A \rangle_t$ wenn der Anfangszustand ein Energiezustand ist: $|\psi_0\rangle = |\varphi\rangle$?

15. Larmorpräzession *8 Punkte*

Silberatome werden in positive $\hat{z}$ -Richtung polarisiert, durchlaufen dann innerhalb einer Zeitspanne $[0, t]$ ein Magnetfeld $B\hat{x}$ und werden dann durch einen Stern-Gerlach-Magneten geführt, der längs $\hat{z}$ ausgerichtet ist. Mit welcher Wahrscheinlichkeit werden die Atome in diesem Magneten in positive bzw. negative $\hat{z}$ - Richtung abgelenkt? Bestimmen Sie ebenso die Erwartungswerte von μ_x und μ_z zur Zeit t.

Hinweis: Der Hamiltonoperator lautet $H = -B\hat{\mu}_x$ mit $\hat{\mu}_x = \mu_0(|x+\rangle\langle x+| \;-\; |x-\rangle\langle x-|)$.

16. Quantenmechanische Messungen und Dynamik *10 Punkte*

$|\varphi_0\rangle$ und $|\varphi_1\rangle$ seien zwei Energiezustände eines Systems zu Energien E_0 und $E_1 = E_0 + \hbar\omega$ $(> E_0)$. Zum Zeitpunkt $t = 0$ befinde sich das System in der Superposition

$$|\psi_0\rangle = (|\varphi_0\rangle + |\varphi_1\rangle)/\sqrt{2}\,.$$

Im folgenden interessieren wir uns für die Wahscheinlichkeit, dass System nach einer Zeit T wieder im Zustand $|\psi_0\rangle$ vorzufinden, und zwar in zwei sehr unterschiedlichen Szenarien:

Szenario I: das System bleibt nach der Präparation im Zustand $|\psi_0\rangle$ zur Zeit $t = 0$ sich selbst überlassen. Zur Zeit $t = T$ findet eine Messung bzgl. des Zustands $|\psi_0\rangle$ statt. $P_I(T)$ sei die Wahrscheinlichkeit für ein positives Ergebnis dieser Messung.

Szenario II: Nach der Präparation im Zustand $|\psi_0\rangle$ werden in regelmäßigen Zeitintervallen N *ideale* Messungen bzgl. des Zustands $|\psi_0\rangle$ am System ausgeführt. Zwischen diesen Messungen bleibt das System jeweils für die Dauer von $\Delta t = T/N$ sich selbst überlassen. $P_{II,N}(T)$ sei die Wahrscheinlichkeit eines positiven Ergebnisses in der letzten Messung.

Eine untere Schranke für $P_{II,N}(T)$ ist die Wahrscheinlichkeit $q_N(T)$ dafür, dass alle N Messungen in Szenario II positiv ausgehen. Bestimmen Sie $q_N(T)$ im Grenzfall $N \to \infty$ und vergleichen Sie mit der Wahrscheinlichkeit $P_I(T)$.