Lösungshinweise Blatt 2

6a) $\langle \varphi_{z-}, \varphi_{x+} \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \langle \varphi_{z-}, \varphi_{z+} + \varphi_{z-} \rangle = 1/\sqrt{2}$

$\langle \varphi_{z}, \varphi_{y+} \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \langle \varphi_{z-}, \varphi_{z+} + i \varphi_{z-} \rangle = i/\sqrt{2}$

$\langle \varphi_{x+}, \varphi_{y+} \rangle = \frac{1}{2} \langle \varphi_{z+} + \varphi_{z-}, \varphi_{z+} + i \varphi_{z-} \rangle = \frac{1+i}{2}$

6b) $\| \psi \|^2 = \langle \psi, \psi \rangle = \frac{1}{3} \langle \varphi_{x+} + \varphi_{y+}, \varphi_{x+} + \varphi_{y+} \rangle$

$= \frac{1}{3} \left(\| \varphi_{x+} \|^2 + \| \varphi_{y+} \|^2 + \langle \varphi_{x+}, \varphi_{y+} \rangle + \langle \varphi_{y+}, \varphi_{x+} \rangle \right)$

$= \frac{1}{3} \left(1 + 1 + \frac{1+i}{2} + \frac{1-i}{2} \right) = 1$

6c) $P = | \langle \varphi_{z-}, \psi \rangle |^2 = \frac{1}{3} | \langle \varphi_{z-}, \varphi_{x+} + \varphi_{y+} \rangle |^2$

$= \frac{1}{3} \left| \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{i}{\sqrt{2}} \right|^2 = 1/3$

7a) Im folgenden $|\pm\rangle \equiv |z\pm\rangle$:

$|x+\rangle\langle x+| = \frac{1}{2} \left(|+\rangle + |-\rangle \right) \left(\langle +| + \langle -| \right)$

$= \frac{1}{2} \left(|+\rangle\langle +| + |-\rangle\langle +| + |+\rangle\langle -| + |-\rangle\langle -| \right)$

$|x-\rangle\langle x-| = \frac{1}{2} \left(|+\rangle - |-\rangle \right) \left(\langle +| - \langle -| \right)$

$= \frac{1}{2} \left(|+\rangle\langle +| - |-\rangle\langle +| - |+\rangle\langle -| + |-\rangle\langle -| \right)$

$\rightsquigarrow \hat{\mu}_x = \mu_0 \left(|-\rangle\langle +| + |+\rangle\langle -| \right)$

$$|y+\rangle\langle y+| = \frac{1}{2}\left(|+\rangle + i|-\rangle\right)\left(\langle +| - i\langle -|\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left(|+\rangle\langle +| + i|-\rangle\langle +| - i|+\rangle\langle -| + |-\rangle\langle -|\right)$$

$$|y-\rangle\langle y-| = \frac{1}{2}\left(|+\rangle - i|-\rangle\right)\left(\langle +| + i\langle -|\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left(|+\rangle\langle +| - i|-\rangle\langle +| + i|+\rangle\langle -| + |-\rangle\langle -|\right)$$

$$\rightsquigarrow \hat{\mu}_y = i\mu_0\left(|-\rangle\langle +| - |+\rangle\langle -|\right)$$

7b) $\langle \mu_x \rangle_{|+\rangle} = \langle +|\hat{\mu}_x|+\rangle$

$$= \mu_0 \langle +|\left(|-\rangle\langle +| + |+\rangle\langle -|\right)|+\rangle = 0$$

a)

$$\langle \mu_x \rangle_{|+\rangle} = \langle +|\hat{\mu}_x|+\rangle$$

$$= i\mu_0 \langle +|\left(|-\rangle\langle +| - |+\rangle\langle -|\right)|+\rangle = 0$$

$$\langle \mu_z \rangle_{|+\rangle} = \langle +|\hat{\mu}_z|+\rangle$$

$$= \mu_0 \langle +|\left(|+\rangle\langle +| - |-\rangle\langle -|\right)|+\rangle = \mu_0$$

7c) $\hat{\mu}_x$:

$$\hat{\mu}_x|x+\rangle = \mu_0\left(|x+\rangle\langle x+| - |x-\rangle\langle x-|\right)|x+\rangle$$

$$= \mu_0|x+\rangle$$

d.h. $|x+\rangle$ EV zum EW $+\mu_0$

$$\hat{\mu}_x |x-\rangle = \mu_0 \left(|x+\rangle\langle x+| - |x-\rangle\langle x-| \right) |x-\rangle$$

$$= -\mu_0 |x-\rangle$$

d.h. $|x-\rangle$ EV zum EW $-\mu_0$.

analog: $|y+\rangle$ EV zum EW $+\mu_0$ von $\hat{\mu}_y$

$|y-\rangle$ EV zum EW $-\mu_0$ von $\hat{\mu}_y$

$|z+\rangle$ EV zum EW $+\mu_0$ von $\hat{\mu}_z$

$|z-\rangle$ EV zum EW $-\mu_0$ von $\hat{\mu}_z$

Die Eigenvektoren $|x\pm\rangle$, $|y\pm\rangle$, $|z\pm\rangle$ der Operatoren $\hat{\mu}_x$, $\hat{\mu}_y$, $\hat{\mu}_z$ entsprechen Zuständen ("Eigenzuständen"), in denen die Messung der Observablen μ_x, μ_y bzw μ_z mit Whs. 1 den entsprechenden Eigenwert $+\mu_0$ bzw. $-\mu_0$ als Messwert ergibt.

8)

		I		II		III		
P_1	=	$1/2$	$\cdot$	1	$\cdot$	$1/2$	=	$1/4$
P_2	=	$1/2$	$\cdot$	1	$\cdot$	$1/2$	=	$1/4$
P_3	=	$1/2$	$\cdot$	0			=	0
P_4	=	$1/2$	$\cdot$	0			=	0
P_5	=	$1/2$	$\cdot$	$1/2$	$\cdot$	$1/2$	=	$1/8$
P_6	=	$1/2$	$\cdot$	$1/2$	$\cdot$	$1/2$	=	$1/8$
P_7	=	$1/2$	$\cdot$	$1/2$	$\cdot$	0	=	0
P_8	=	$1/2$	$\cdot$	$1/2$	$\cdot$	1	=	$1/4$