Theoretische Physik II (LA GymGe, Geophysik, NF)

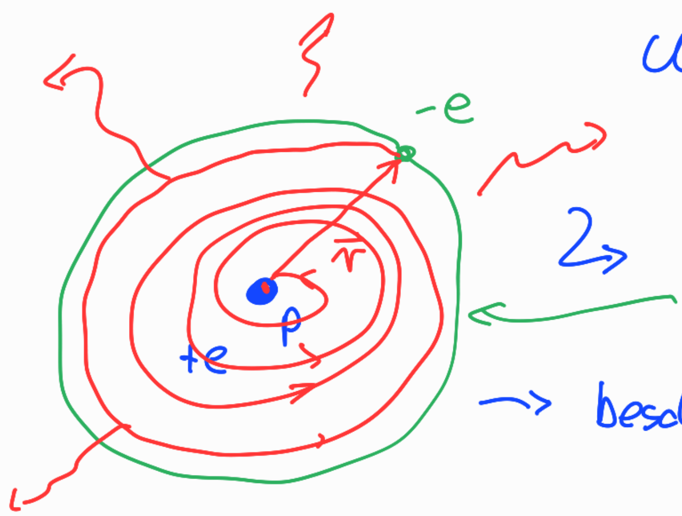
- Quantenmechanik (QM)
- Statistische Physik, Thermodynamik

QM: Warum und wozu?

kl. Physik (Mechanik, SRT, ART, ED) ungeeignet zur Beschr. mikroskopischer Systeme (Atome, Moleküle, Elementarteilchen, Photonen, ...)

(*) eines von vielen Beispielen: Wasserstoffatom:

$$U(r) = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r}$$



⇒ Keplerbahnen

→ beschleunigte Bewegung

→ Abstrahlung el. mag. Wellen → Energieabstrahlung

Instabilität!

→ nötig: Theorie für mikroskopische Systeme!

seit ~1925: QM $\overset{!}{=}$ physik. Theorie

für <u>mikroskopische</u>

Systeme!

Eigenschaften:

⊖ unanschaulich

⊕ extrem gut bestätigt

⊕ vollkommen neue Einsichten

klassische Physik $\not\Rightarrow$ <u>QM</u>

<u>hier</u>: ahistorischer Zugang! (einfacher, ehrlicher!)

<u>Postulate der QM</u>

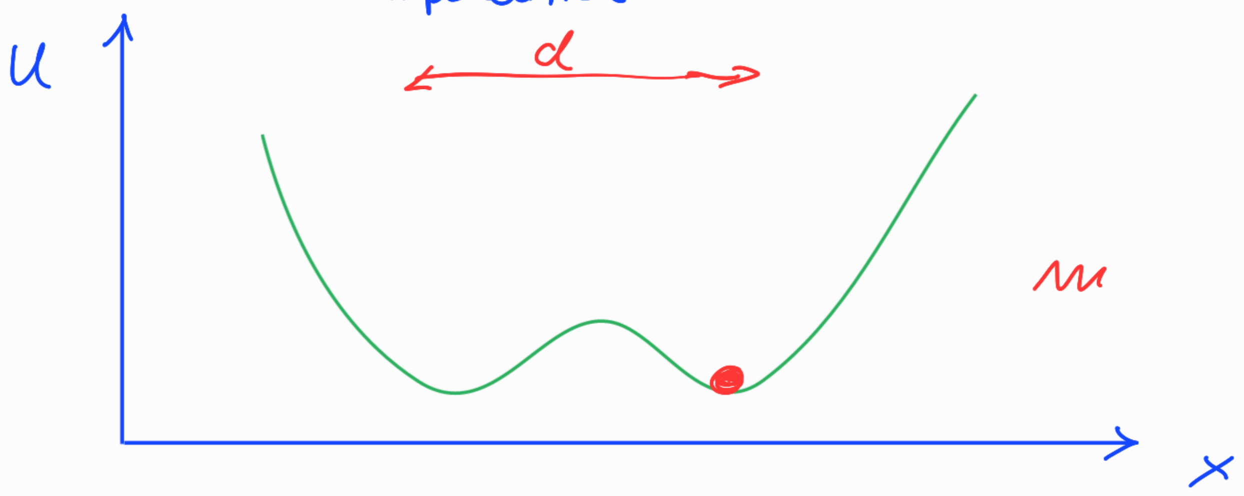
Ausgangspkt.: zwei essenzielle Eigenschaften der QM

im Gegensatz zur klass. Mechanik:

a) Überlagerungsfähigkeit der Zustände (Superpositions-prinzip)

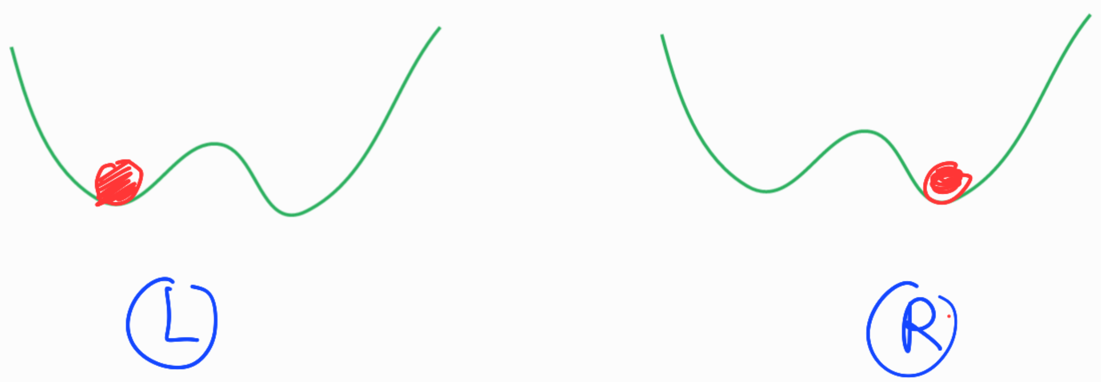
b) Bedeutung der Messung

zu a) am Beispiel eines Teilchens im Doppel-muldenpotential:



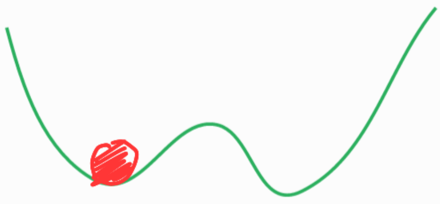
klassische Mechanik ($d = 10\,cm$, $m = 1\,g$):

stat. Zustände:

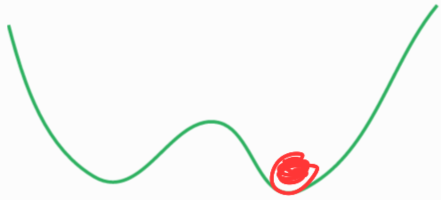


quantenmechanisch ($d = 10^{-10}\,m = 1\,\text{Å}$, $m = 10^{-30}\,kg$)

Zustände:

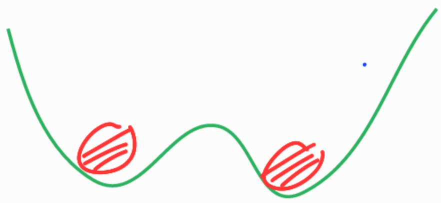


L



R

aber auch:



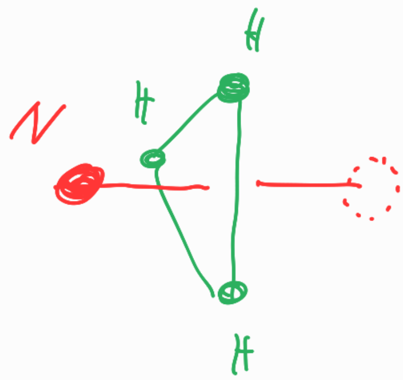
L + R = "Überlagerung der Zust. L und R"

physikalische Bedeutung dieses Zustands ?

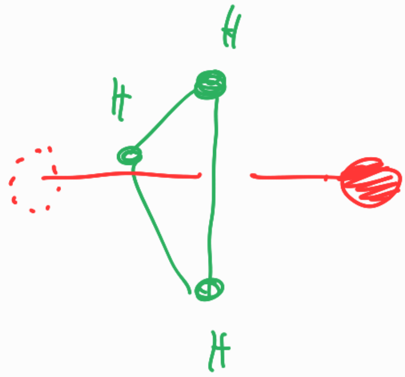
reales System $\approx$ Teilchen in Doppelmulde.

Pot:

Ammoniakmolekül NH_3:

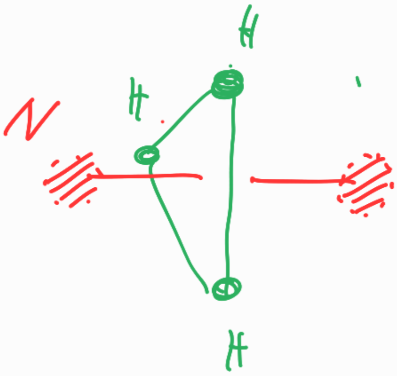


L



R

Grundzustand:



L+R

präzise Formulierung des Superpositionsprinzips:

1. Postulat:

Grob: Zustände entsprechen Vektoren!

→ Überlagerung von Zuständen

≙ Vektoraddition!

genauer:

$\boxed{\begin{array}{l} \text{Zustandsraum} \;\hat{=}\; \underline{\text{unitären}} \text{ Vektorraum } \mathcal{H} \\ \qquad\qquad\qquad\qquad (\text{"Hilbertraum"}) \\ \text{Zustand} \;\hat{=}\; \text{normierter Vektor } \varphi \in \mathcal{H} \end{array}}$

unitärer Vektorraum $\mathcal{H}$:

1) $\mathcal{H}$ ist <u>komplexer</u> VR:

Vektoraddition: $\varphi, \psi \xmapsto{+} \varphi + \psi \in \mathcal{H}$

Skalarmultiplikat.: $\underset{\mathbb{C}}{\overset{\cap}{\lambda}}, \underset{\mathcal{H}}{\overset{\cap}{\varphi}} \xmapsto{\text{Sk.M.}} \lambda\varphi \in \mathcal{H}$

mit den bekannten Eigenschaften
(vgl. M.M. WS 24/25)

2) es gilt ein <u>hermitesches</u>
<u>Skalarprodukt</u>:

$$\underset{\mathcal{H}}{\overset{\cup}{\varphi}},\ \underset{\mathcal{H}}{\overset{\cup}{\psi}} \longmapsto \langle \varphi, \psi \rangle \in \mathbb{C}$$

mit Eigenschaften:

(i) $\langle \varphi, \psi \rangle = \langle \psi, \varphi \rangle^*$ Symmetrie

(ii) $\langle \varphi, \varphi \rangle \in \mathbb{R}_+$ $\varphi \neq 0$

Positivität

(iii) $\langle \varphi, \psi_1 + \psi_2 \rangle = \langle \varphi, \psi_1 \rangle + \langle \varphi, \psi_2 \rangle$

$$\langle \varphi, \lambda \psi \rangle = \lambda \langle \varphi, \psi \rangle$$

⚠ : $\langle \lambda \varphi, \psi \rangle \overset{(i)}{=} \langle \psi, \lambda \varphi \rangle^*$

$\overset{iii}{=} (\lambda \langle \psi, \varphi \rangle)^* = \lambda^* \langle \varphi, \psi \rangle$!

$\rightsquigarrow$ Norm: $\|\varphi\| := \sqrt{\langle \varphi, \varphi \rangle}$

φ normiert $:\Leftrightarrow$ $\|\varphi\| = 1$

Orthogonalität

φ orthogonal ψ $:\Leftrightarrow$ $\langle \varphi, \psi \rangle = 0$

$\varphi \perp \psi$

typische Rechnung:

φ_1 und φ_2 sind orthogonale und normierte VRen (d.h. φ_1 und φ_2 orthonormal)

$\rightsquigarrow 1 = \|\varphi_1\|^2 = \langle \varphi_1, \varphi_1 \rangle$

$1 = \|\varphi_2\|^2 = \langle \varphi_2, \varphi_2 \rangle$

$\varphi_1 \perp \varphi_2 \Rightarrow \langle \varphi_1, \varphi_2 \rangle = 0$

weiteren Vektor: $\psi = \varphi_1 + i\varphi_2$

$$\langle \psi, \varphi_1 \rangle = \langle \varphi_1 + i\varphi_2, \varphi_1 \rangle$$

$$= \underbrace{\langle \varphi_1, \varphi_1 \rangle}_{=1} + \langle i\varphi_2, \varphi_1 \rangle$$

$$= 1 + (-i) \underbrace{\langle \varphi_2, \varphi_1 \rangle}_{=0}$$

$$= 1$$

Norm von ψ:

$$\|\psi\|^2 = \langle \psi, \psi \rangle = \langle \varphi_1 + i\varphi_2, \varphi_1 + i\varphi_2 \rangle$$

$$= \underbrace{\langle \varphi_1, \varphi_1 \rangle} + \underbrace{\langle i\varphi_2, \varphi_1 \rangle} + \underbrace{\langle \varphi_1, i\varphi_2 \rangle} + \underbrace{\langle i\varphi_2, i\varphi_2 \rangle}$$

$$= 1 + 0 + 0 + \underbrace{(-i)\, i}_{=1} \underbrace{\langle \varphi_2, \varphi_2 \rangle}_{1}$$

$$= 2 \quad \checkmark$$

Anwendung des 1. Postulats auf Teilchen im Doppelmuldenpot.: